Da Sapienti occasionem, & addetur ei sapientia.
Ex Prouerbijs Salomonis.

TRATTATO
DELLA QVADRATVRA DEL CERCHIO
DOVE SI ESAMINA VN NVOVO modo di Quadrarlo per numeri.

Et insieme si mostra come, Dato vn Rettilineo, si formi vn Curuilineo eguale ad esso Dato.

Et di più alcune Trasformationi di Curuilinei misti fra loro.

Di Pietroantonio Cataldi.

ALL'ILLVSTRISSIMO SENATO DI BOLOGNA.

IN BOLOGNA

Per Bartolomeo Cochi. M.DC.XII.

Con licenza de' Superiori.

ILLVSTRISSIMI
SIGNORI
PADRONI COLENDISSIMI.

FRA le molte compoſitioni, che hò, venendo hora in luce la preſente, io con queſta occaſione dedicandola alle Sig. Voſtre Illuſtriſsime, vengo anco à farle humiliſsima riuerenza, e ricordarmele ſeruitore deuotiſsimo, come deuo, ſupplicandole ad hauer grato, ch'ella ſia Illuſtrata dal fauore, & protettione di queſto Illuſtriſsimo Senato, al quale prego da N. Sig. Dio continui augumenti di felicità per operar ſempre à gloria di Sua Diuina Maeſtà.

Di VV. SS. Illuſtriſs.

Humiliſs. & deuotiſs. ſeruitore

Pietroantonio Cataldi.

ILLVSTRISSIMI SIGNORI PADRONI COLENDISSIMI.

FRA le molte compoſitioni, che hò, venendo hora in luce la preſente, io con queſta occaſione dedicandola alle Sig. Voſtre Illuſtriſsime, vengo anco à farle humiliſsima riuerenza, e ricordarmele ſeruitore deuotiſsimo, come deuo, ſupplicandole ad hauer grato, ch'ella ſia Illuſtrata dal fauore, & protettione di queſto Illuſtriſsimo Senato, al quale prego da N. Sig. Dio continui augumenti di felicità per operar ſempre à gloria di Sua Diuina Maeſtà.

Di VV. SS. Illuſtriſs.

Humiliſs. & deuotiſs. ſeruitore

Pietroantonio Cataldi.

PROEMIO
Doue si mostra, Quello, che si intenda per Quadratura del Cerchio.

VADRARE il Cerchio significa fare vn Quadrato eguale al Cerchio proposto, & però quando questo si sapesse esequire precisamente, si sapria anco ridurre la grandezza del Cerchio alla forma di qual si vogli rettilineo dato, Et quando si hauesse notitia per numero della lunghezza del lato del Quadrato, che perciò in numeri anco sapressimo la grãdezza del Quadrato, verressimo medesmamente à sapere per numero la grandezza del Cerchio, Et perchè sappiamo certissimo, per quello, che dimostra Archimede nel libro della misura del Cerchio, che à moltiplicare la mità del diametro del Cerchio per la mità della sua circonferenza, il prodotto è precise la grandezza del Cerchio *(come anco in ciascuna figura rettilinea regolare, cioè Equilatera, & Equiangola à moltiplicare la retta, che dal centro della figura và perpendicolarmente ad vno de' suoi lati, per la mità del giro della figura se ne produce la grandezza, ò vogliamo dire la quantità della superficie d'essa)* se dato il diametro del Cerchio si sapesse trouare in linea retta, ò per numero la lunghezza, ò quantità precise della circonferenza, allhora senza dubbio sapressimo anco formare rettilineo eguale al Cerchio, ouero trouare la grandezza, ò superficie precise del Cerchio, ma fin'hora non è cognito *(che si sappia)* la precise proportione del diametro alla circonferenza, onde hauendo noto l'vno non si fà cognito precise l'altro; sappiamo bene, come dimostrò Archimede, che quando il diametro è 1. la circonferenza è più di $3\frac{1}{7}\frac{?}{?}$. ma non arriua à $3\frac{1}{7}$. il che ci serue in pratica per trouare la grandezza del Cerchio prossima alla vera incognita, che dato il diametro d'alcun Cerchio essere poniamo 70. questo si moltiplica per $3\frac{1}{7}$. & fà 220. quale viene ad essere la sua circonferenza propinqua, ma eccedente il vero, poi si moltiplica la mità di 70. via la mità di 220. cioè 35. via 110. & fà 3850. quale è la grandezza propinqua, ma eccedente del Cerchio, cioè quando il diametro sia 70. la circonferenza sarà quasi 220. e la superficie, ò grandezza quasi 3850. Et se bene non sappiamo la vera lunghezza della circonferenza, ne perciò la vera grandezza del Cerchio, quando ci è noto il diametro, & perciò adopriamo le propinque dette, noi nondimeno potiamo andare auicinãdoci di continuo al vero incognito, trouando la circonferenza, & la superficie del Cerchio in numeri di mano in mano più propinqui ad esso vero incognito, come io mostro nel mio Trattato della Diffesa d'Archimede, diffendendolo in particolare dalle Oppositioni del Signor Iosesse Scaligero, Et da alcuni altri, che contro la sua salda Dottrina, hanno ardito di affermare di hauer trouata Geometricamente, cioè in linee la Quadratura del Cerchio, & per tale la hanno publicata; Nuouamente mò si è veduto vn modo, ma per numeri, di vn professore di Mathematica Reggiano, doue con numeri egli dice di trouare la Quadratura del Cerchio, quale quì dietro si è posto intieramente, come stà scritto nel suo foglio, & dipoi esaminato, & mostrato la qualità sua; il che hò fatto non tanto per auuertire gli Studenti di che valore sia, quanto perche conoschino, & si faccino esperti in molte proprietà di numeri, che gli vengo di mano in mano scoprendo, però vi attendano con diligenza, che la salda dottrina de' numeri è l'anima delle Scienze, & molti gran Mathematici per non ne hauere basteuole esperienza, hanno errato notabilmente, che per essempio nominandone alcuni, & solo per auuertirne gli Studenti, notisi che il Sig. Francesco Barozzi, Eccellẽtiss. Mathematico de' tempi nostri, nel suo Trattato del numero Geometrico di Platone à carte 27. doppo l'hauer mostrato, che delli 10. numeri descritti per perfetti da Iacomo Fabro Stapulense, ve ne sono dui, cioè il quinto, & l'ottauo non perfetti, nella serie poi delli 10. suoi, che esso Signore pone, vi è il quinto 2096128. che non è perfetto, poiche oltre alle parti, che gli conuerriano, vi entra anco il 23. & l'89. & altri à questi moltiplici, come io mostro nel mio Trattato delli numeri perfetti, & perche l'istesso 2096128. è anco posto da Iacomo Fabro per il sesto numero perfetto, si vede, che delli 10. numeri del Fabro nõ solo li dui notati dal Signor Barozzi, mà anco il sesto non è perfetto, & però 3. sono li non perfetti nelli 10. del Fabro. Ancora Pietro Nonio Salaciense Cosmografo maggiore del Rè di Portogallo, Mathematico famosissimo, di eminente dottrina, & Lettore nella Vniuersità di Coimbra, in fine della sua Algebra scriue così. Ni aura Aritmetico de ran sotil ingenio, que proponiendole estas dos quantitades R̸ u. cu. R̸ 325. p̃ 18. m̃ R̸ u. cu. R̸ 325. m̃ 18. y R̸ u. cu. R̸ 756. p̃ 27. m̃ R̸ u. cu. R̸ 756.

,, ℞ 756. m̄ 27. pueda conoscer que son yguales.y vale però cadauna dellas 3; y el impedimẽto
,, es venir el valor de la cosa, esplicado por quantitades irrationales, y los binomios las mas de
,, las vezes non seren cubos; cioè. Nõ sarà Aritmetico di tanto sottile ingegno, che proponendole queste due quãtitadi ℞ cuba L ℞ 325. p̄ 18 ⅃ m̄ ℞ cuba L ℞ 325 m̄ 18 ⅃, & ℞ cuba L ℞ 756. p̄ 27 ⅃ m̄ ℞ cuba L ℞ 756 m̄ 27 ⅃ possa conoscere, che sono eguali, & nondimeno ciascuna d'esse vale 3. & l'impedimento è il venire il valore della cosa, esplicato per quantitadi irrationali, & li binomij il più delle volte non saranno cubi, Qual Nonio dice questo, perche mediante le Regole da lui formate, in vero con molto artificio egli conclude essi binomij, & loro Residui non essere cubi, & perciò non si potere esplicare in altro modo; Il che veramente non stà così, perche essi binomij sono pur cubi, & perciò anco li loro Residui; che la ℞ cuba del primo ℞ 325. p̄ 18. è ℞ 3 $\frac{1}{4}$. p̄ 1 $\frac{1}{2}$. Et del suo Residuo ℞ 325. m̄ 18. è ℞ 3 $\frac{1}{4}$. m̄ 1 $\frac{1}{2}$. che cauato ℞ 3 $\frac{1}{4}$. m̄ 1 $\frac{1}{2}$. da ℞ 3 $\frac{1}{4}$. p̄ 1 $\frac{1}{2}$. resta 1 $\frac{1}{2}$. & 1 $\frac{1}{2}$. cioè 3. & così si vede la prima quantità essere 3. Quanto al secondo ℞ 756. p̄ 27. la sua ℞ cuba è ℞ 5 $\frac{1}{4}$. p̄ 1 $\frac{1}{2}$. & del suo residuo è ℞ 5 $\frac{1}{4}$. m̄ 1 $\frac{1}{2}$. onde cauato il residuo dal binomio, il restante 1 $\frac{1}{2}$. & 1 $\frac{1}{2}$. cioè 3. è il valore della seconda quantità. Et così si conosce, che esse due quantità sono eguali; Ma esso Eccellentissimo Norico teneua non si potet conoscere elle essere eguali, affermando detti dui binomij non essere cubi, per non hauere tanta esperienza de' numeri, che si accorgesse non essere sempre necessario, che vn binomio contenuto da due quantità di numeri intieri, habbia per ℞ cuba *(douendo essere binomio cubo)* vn'altro binomio contenuto similmente da due quantità di numeri intieri; poiche alle volte elle possono essere ancora contenute da numeri non intieri, come io mostro nelle mie Opere Algebratiche, con l'inuẽtione delle vere Regole, estratte dalla salda dottrina del Discorso naturale, che non erra, & speculando và di continuo accrescendo con le inuentioni ornamento alla Scienza; non cessino dunque gli Studenti di attendere à questa strada naturale, che io per beneficio loro gli mostro, & seguo nelle mie Opere, composte in vero con molta fatica *(stante le continue noiose indispositioni, & incommodi, che mi tengono afflitto)* ma con molta sincerità, & desiderio di veramente giouare, mostrando i naturali fonti, & minere da deriuarne la dottrina *(& non le sole acque, & metalli preciosi per apparire mirabile, non se ne scorgendo la inuentione)* & dichiarando insieme, & facilitando il tutto, come ricerca la ingenua carità, quale si deue sempre vsare à gloria di Nostro Signore Dio eterno omnipotente, illustratore de gl'intelletti, & datore di tutti i beni, al quale siano sempre date tutte le lodi da tutte le lingue in tutti i secoli.

In

In questo foglio si dà regola, e modo facilissimo di quadrare il Cerchio, nuouamente trouato da M. Pellegrino Borrello, Mathematico Reggiano.

Al Serenis. Sig. il Sig. D. Cesare d'Este Duca di Reggio, Modona, &c.

Parendomi, con non puoca mia fatica, hauere trouato la Quadratura del circolo, cosa fin qui in tanti passati secoli bramata, & in vano tentata da molti, Hommi posto in mente, ch'ella in questo foglio comparisca alla presenza sua, e sotto il suo felicissimo nome eschi alla bramata luce del Mondo; però la supplico, non riguardando la picciolezza dell'offerta mia, ma la sincerità del cuore, con che viene appresentata, degnisi gradirla, & hauermi nel numero de' suoi infimi serui, assicurandola, che cotale gratia perpetuamente viuerà nella tenace memoria d'vn suo fedelissimo suddito, prontissimo à pregarle da nostro Sig. ogni bramato contento, e concio, inchinandomi, con humiltà le faccio riuerenza. Di Reggio il di 6. di Maggio 1609.

Di V. A. Serenis.

Humilis. seruo, e suddito

Pellegrino Borrello da Reggio, Professore di Mathematica.

Essendo sino ad hora stato nascosto questo modo di quadrare il cerchio, cosi tanto bramata, e ricercata, ne mai venuto alla rationale cognitione del suo lato, che hora per volere diuino, ne lo arreco, ancorche tal quadratura sempre data si sia però per linea, & anco per linea irrationale, come per la decima 3. del sesto d'Euclide, perche se bene noi trouaremo vna media proportionale tra l'8 & il 9. tal potenza si dirà potenza di 72. ma non precisamente si dirà è tanto rationalmente, così dico anco di questa quadratura del cerchio, perche d'ogni superficie di cerchio vi si potrebbe benissimo formare vn quadrato, stando che detta superficie hauesse lato quadrata; ma perche tutti i numeri non hanno lato quadrato, come benissimo prouano quelli, che maneggiano le Radici quadrate, e cubice, non si può adunque ridurre ogni superficie di cerchio alla sua quadratura. e quando questo si hauesse potuto fare, non sarebbe stato di bisogno alli scrittori di Mathematica affaticarsi per trouare detta quadratura, attesoche molti, e molti vi fecero, e fanno grandissime fatiche, & anco presumendosi d'hauerla trouata, ne vi giunsero di gran lunga, e perche lungo sarebbe il raccontare tutti i loro modi, e le varie inuestigationi, tal carica ad altri rimetto, per non volere porre le mani nelle opere altrui, e mentre, che lego m'appiglio à quello, che più mi piace, del resto lascio, e tornerò al proposito mio, & appoggierommi ad Archimede, che tanta fù la sottilità sua, che di questo hauere trouato la superficie del cerchio, e di tutti gli altri detti suoi è degno di lode, dicendo esso Archimede la proportione della circonferenza al diametro essere minore di tripla sexquisettima, & maggiore di tripla è dieci settantauno esimo, che da questo si può benissimo comprendere, che fino al tempo di detto Archimede vi fosse nota tal quadratura, e può forsi anco essere, che esso la volesse occultare, per dare materia a' successori suoi d'affaticarsi, e gli auttori, che dopò lui sono successi hanno fermato la proportione della circonferenza al diametro essere tripla sexquisettima, e con questo trouorno, e trouano la superficie del cerchio, & in quello, che si fermò vn scrittore si sono poi fermati tutti, e tutti andati sano, come fanno gl'augelli, alla paina, e se noi trouaremo la superficie di detto cerchio per quel modo, facendo la circonferenza tripla sexquisettima del diametro, venirà più del douero, e parimente se noi trouaremo la superficie di detto cerchio, facendo la proportione della circonferenza al suo diametro tripla è dieci settantauno esimo risultarà meno del douere, & ambi le superficie saranno irrationali, ne hauranno lato, e perciò volendo della superficie d'vn cerchio formarli vn quadrato non è possibile, e sia bisogno, che tra questi due numeri sudetti ciò, e il 3. e vn settimo, e il 3. e dieci 71. esimo, trouarsi vn numero, che non riesca ne poco, e molto, e che tal superficie habbi lato quadrato, come di tutti m'apparecchio per darne essempio. Verbi gratia sia vn circolo, che il suo diametro sia 13. e 19. 51. esimi, che la sua circonferenza, osseruando la proportione

ne tripla

ne triplo sexquisettimo al suo diametro sarà 15004. 357.esimi, cioè 42. e 10.357.esimi, che moltiplicato tutto il diametro per tutta la circõferẽza, risulta 10232728.18207.esimi, la sua quarta parte è 2558182. 18207. esimi per detta superficie, che pur non hà lato quadrato, e perciò questo modo non è buono, ancorche fin'hora per approssimatione si sia osseruato, e si osserua; trouiamo di nuouo detta superficie in quella proportione, che la circonferenza al diametro sia tripla, e 10. settantaun'esimo, che essendo il diametro, come hò detto 13. e 19. 51. esimi, la sua circonferenza viene ad essere 152086. 3621. esimi, cioè 42. e 4. 3621. esimi, che moltiplicato con il diametro, risulta 103722652. 18467. esimi, che pigliato la quarta parte, hauremo la superficie di esso cerchio, secondo la proportione di 3. e 10. settantauno esimo di circonferenza al diametro, che è vn poco meno di quello, che dourebbe essere, ne meno di detta superficie si può pigliare il lato quadrato, per essere numero, che non hà lato quadrato se non Mathematice. Hò posto questi due esempi soprascritti, perche ogn'vno possa prouare il seguente, che è quel modo da me ritrouato, che mi induce à fare il presente foglio. Dato di nuouo l'istesso cerchio, che il suo diametro sia 13. e 19. 51. esimi, dico per questo mio modo la proportione della circonferenza al diametro douere essere tripla sessantanoue quattrocento ottantaquattro, e così la scriuo 3. e 69. 484. esimi, ne più, ne meno, seguendone poi il modo infrascritto, trouando la circonferenza in questo modo, moltiplicando 13. e 19. 51. esimi, che è il proposto diametro per 3. 69. 484. esimi, ne risulta 1037322. 26484. per detta circonferenza, che in numero minore è 42. 99. 4114. esimi, la quale circonferenza voglio, che sia moltiplicata nel suo diametro, e del prodotto pigliarne la quarta parte per la superficie di esso cerchio; ouero moltiplicare la metà del diametro nella metà della circonferenza, & il prodotto darà la superficie del cerchio, perciò moltiplicaremo 42 99. 4114. esimi per 13. 19. 51. esimi diametro del proposto cerchio, ne risulta 707453604. 1258884 esimi, che la sua quarta parte è 176863401. 1258884. esimi, e tanto concludo essere la superficie di esso cerchio, che se ne cauaremo il lato, lo trouaremo 11. 319.374. e tanto dico essere il lato d'vn quadrato, che si formi dalla superficie d'vna figura circolare, che habbia di diametro 13. 19. 51. esimi; Ne alcuno si ammiri, che io habbi preso vn simile diametro, hollo preso per sgannare quelli, che dicono, che questa mia regola, ouero modo non è buona se non per gli numeri integri, se il mancamento viene da loro, che non sono esercitati nell'Arithmetica così restano. Voglio fare vn'esempio più facile, come per essempio; Mi trouo vn circolo, che il suo diametro è 7 si domanda quanto sarà il lato d'vn quadrato, che si agguaglia alla superficie di esso cerchio, facciamo come di sopra, moltiplichiamo esso diametro per 3. 69. 484. ne risulta 10647. 484 esimi, cioè 21. 483. 484. per la circonferenza del predetto cerchio, che se la moltiplicaremo per il diametro del proposto cerchio, che si propose essere 7. ne risultarà 74529. 484. che pigliandone la quarta parte, haueremo la ricercata superficie, ma perche il 74529. 484. non è diuisibile per 4. moltiplicaremo il denominatore di tal rotto, cioè 484. per 4. ne verrà 74529. 1936. per detta superficie, che pigliandone il suo lato quadrato, viene ad essere 6. 9. 44. esimi, e tanto dico douere essere il lato d'vn quadrato, che si agguaglia alla sudetta superficie. Facciamo anco detto esempio per via di radice, per verificare tal regola, auuertendo, che se pigliaremo il diametro d'vn cerchio, che sia radice indiscreta, mai può venire il lato del quadrato rationale, perche vna linea irrationale non si può ridurre alla rationalità; poniamo hora il diametro del cerchio radice 49. qual voglio, che sia moltiplicato, come di sopra, per 3.69.484. ridotto à radice, che hà di potenza 2313441.234256. esimi, che moltiplicato per radice 49. che tanto si è proposto essere il diametro del cerchio, ne peruiene radice 113358609. 234256. esimi, che il suo lato è 21. 483. 484. esimi, per la circonferenza di esso cerchio, che se moltiplicaremo essa circonferenza per radice 49. ne venirà radice 5554571841. 234256. esimi da pigliarne la quarta parte per la superficie, che noi cerchiamo; ma perche il 5554571841.234256. nõ è diuisibile per 4. moltiplicaremo il denominat. per 4. cioè il 234256. & à questo modo si può pigliare la quarta parte, che viene ad essere 5554571841.3748096. esimi per detta superficie, che pigliandone il lato è 74529. 1936. esimi, che pure il suo lato è 273.44 esimi, che partito detto 273. per 44 ne viene 6. e 9. 44. esimi, che si tenirà per lato del ricercato quadrato, e se ne farai proua, trouarai quanto fà bisogno. Ripigliamo quest'altro esempio sopra tal materia, e pigliamo vn cerchio, che il suo diametro sia radice 56. e vn quarto, che per trouare la sua circonferenza lo moltiplicaremo per 3. e 69.484. esimi in questo modo, ò pigliando la radice di 56. e vn quarto, che è 7. e mezo, ouer quadrare 3. e 69. 484. esimi, che il suo quadrato è radice 2313441. 234256. esimi, che moltiplicato per radice 56. e vn quarto, ne viene 520524225. esimi 937024. per detta circonferenza, che per trouare la superficie, moltiplicaremo esso prouenuto, cioè la circonferenza, per il diametro ne peruenirà radice 117117950625. 3748096. esimi, che il suo lato è 342225. 7744. da pigliarne la quarta parte per detta superficie, e se di essa superficie ne pigliaremo di nuouo il lato, lo trouaremo 585. 88. esimi, che se partiremo 585. per 88. ne viene 6. e 57. 88. esimi, e tanto vi assegno per il lato del ricercato quadrato.

In Reggio, Appresso Flauio, e Flaminio Bartholi 1609. *Con licenza de' Superiori.*

Dalla

Dalla scrittura dell'Autore si vede, che egli dice il denominatore della proportione della circonferenza del Cerchio al suo diametro essere di $3\frac{1}{4}\frac{6}{8}\frac{9}{4}$. il che è numero quadrato, essendo la sua radice quadra $1\frac{1}{2}\frac{7}{2}$. Hora per discorrerui intorno si notarà, che Quando dui numeri sono quadrati, ouero quando hanno proportione fra loro come da numero quadrato à numero quadrato, allhora il prodotto della moltiplicatione d'essi dui numeri è numero quadrato; Et anco à partire l'vno per l'altro, ò l'altro per l'vno, ciascuno delli dui auuenimenti è numero quadrato; Ma quando di dui numeri dati l'vno sia numero quadrato, & l'altro non quadrato, Ouero che la proportione loro non sia come da numero quadrato à numero quadrato, cioè che non essendo quadrato ne l'vno, ne l'altro, ne anco la proportione loro non si possa trouare fra dui numeri quadrati, ò vogliamo dire, che il denominatore della proportione loro non possa essere numero quadrato; allhora il prodotto dalla moltiplicatione d'essi dui numeri dati è numero non quadrato, & perciò d'esso prodotto non si può trouare precise la ℞ quadra in numero rationale *(cioè intiera, ò rotto, ò misto d'intiero, & rotto)* ma conuiene descriuerla con il segno ℞, dicendo per esempio ℞ quadra 10. se esso prodotto fia 10. ò ℞ 15. se fusse 15. &c. Hora il denominatore della proportione, che l'Autore assegna dalla circonferēza del Cerchio al suo diametro, essendo $3\frac{1}{4}\frac{6}{8}\frac{9}{4}$. numero quadrato, si vede perciò, che la proportione della circōferenza al diametro è come da numero quadrato à numero quadrato, cioè come da $3\frac{1}{4}\frac{6}{8}\frac{9}{4}$. ad 1. Ouero in intieri, come da 1521. à 484. numeri quadrati; perilche ponasi il diametro del Cerchio, che numero rationale si vogli, & moltiplicato via il numero della sua circonferenza *(ritrouato moltiplicando il diametro per detto $3\frac{1}{4}\frac{6}{8}\frac{9}{4}$. numero quadrato)* il prodotto di necessità sarà numero quadrato, del quale presa la quarta parte, ò l'$\frac{1}{4}$. ò vogliamo dire partitolo per 4. numero quadrato, l'auuenimento di necessità sarà numero quadrato; & perche esso auuenimēto *(secondo l'Autore)* è la grandezza del Cerchio, si vede, che quando il diametro è numero rationale, allhora di necessità la grandezza del Cerchio sarà numero □ perilche la sua ℞ quadrata sarà numero rationale, & perche questa sua ℞ □ è il lato del □ eguale ad esso Cerchio, si vede finalmente, che *(stante la proportione detta di $3\frac{1}{4}\frac{6}{8}\frac{9}{4}$.)* sempre che il diametro del Cerchio sia numero rationale, ancora il lato del □ che fusse eguale al Cerchio, saria anco egli numero rationale *(che per esempio posto il diametro 1. & la circonferenza $3\frac{1}{4}\frac{6}{8}\frac{9}{4}$. & partito il loro prodotto per 4. l'auuenimento saria $\frac{1}{1}\frac{3}{9}\frac{2}{1}\frac{1}{6}$. per la grandezza del Cerchio, & però per la grādezza del Quadrato eguale ad esso Cerchio, onde il lato di tal Quadrato sarà la ℞ di detto $\frac{1}{1}\frac{3}{9}\frac{2}{1}\frac{1}{6}$. cioè $\frac{3}{4}\frac{9}{4}$. Et quando il diametro fusse 2. la grādezza saria $\frac{1}{4}\frac{3}{4}\frac{2}{8}\frac{1}{4}$. & però il lato del Quadrato saria la ℞ di $\frac{1}{4}\frac{3}{4}\frac{2}{8}\frac{1}{4}$. cioè $\frac{3}{2}\frac{9}{2}$. ò vogliamo dire $1\frac{1}{2}\frac{7}{2}$. & così de gl'altri)* Ma quando il diametro del Cerchio non fusse numero rationale, ma sia ℞ quadra, cioè sia vn numero di ℞, come ℞ 7. ℞ $8\frac{1}{2}$. ℞ $\frac{1}{4}$. ò simili, allhora la grandezza del Cerchio sarà bene necessariamente numero rationale, ma non già numero quadrato; perilche il lato del □ eguale ad esso Cerchio non potrà essere numero rationale, ma di necessità sarà vna ℞ quadra anco egli come è il diametro del Cerchio, & come anco la circonferenza, perche la circonferenza è sempre simile al diametro, cioè quando il diametro è numero rationale, ancora la circonferenza è numero rationale, ma quando il diametro è vna ℞ quadra, allhora la circonferenza anco ella è vna ℞ □ perche posto il diametro essere poniamo ℞ 5. per trouare la circōferenza, cōuiene moltiplicarlo per $3\frac{1}{4}\frac{6}{8}\frac{9}{4}$. cioè per ℞ $\frac{2}{2}\frac{3}{2}\frac{1}{3}\frac{3}{4}\frac{9}{2}\frac{4}{3}\frac{1}{6}$. *(che è ℞ $9\frac{2}{2}\frac{0}{3}\frac{3}{4}\frac{1}{4}\frac{1}{3}\frac{7}{6}$.)* & fà ℞ $\frac{1}{1}\frac{1}{1}\frac{4}{2}\frac{6}{3}\frac{7}{4}\frac{2}{2}\frac{0}{3}\frac{3}{6}$. per la circonferenza, qual numero di ℞, cioè $\frac{1}{1}\frac{1}{1}\frac{4}{2}\frac{6}{3}\frac{7}{4}\frac{2}{2}\frac{0}{3}\frac{3}{6}$. è necessariamente non □ perche deriuando da moltiplicare $\frac{2}{2}\frac{3}{2}\frac{1}{3}\frac{3}{4}\frac{9}{2}\frac{4}{3}\frac{1}{6}$. numero □ via 5. numero non □, esso prodotto di necessità è numero non □, perilche la sua ℞ quadra non può essere numero rationale, ma conuiene esplicarla, ò scriuerla con il segno ℞. La grandezza poi del Cerchio sarà bene numero rationale, perche essendo da ℞ 5. diametro à ℞ $49\frac{1}{2}\frac{5}{3}\frac{8}{4}\frac{0}{2}\frac{6}{3}\frac{1}{6}$. circonferenza, come da numero rationale à numero rationale, cioè come da 1. à $3\frac{1}{4}\frac{6}{8}\frac{9}{4}$. il prodotto loro di necessità è numero rationale *(il che anco facilmente si può conoscere, considerando, che ℞ $49\frac{1}{2}\frac{5}{3}\frac{8}{4}\frac{0}{2}\frac{6}{3}\frac{1}{6}$. circonferenza è composta, ò contenuta, ò vogliamo dire prodotta da ℞ 5. diametro, & da $3\frac{1}{4}\frac{6}{8}\frac{9}{4}$. denominatore della proportione, che si dice hauere la circonferēza al diametro, perilche tanto resulta à moltiplicare ℞ 5 diametro via ℞ $49\frac{1}{2}\frac{5}{3}\frac{8}{4}\frac{0}{2}\frac{6}{3}\frac{1}{6}$. circonferenza, quanto à moltiplicare ℞ 5. diametro via ℞ 5. volte $3\frac{1}{4}\frac{6}{8}\frac{9}{4}$. circonferenza, cioè quanto à moltiplicare ℞ 5. via ℞ 5. via $3\frac{1}{4}\frac{6}{8}\frac{9}{4}$. ma ℞ 5. via ℞ 5. fà ℞ 25. cioè 5. numero rationale (che à moltiplicare vna ℞ quadra in se stessa, il prodotto è sempre il numero istesso della ℞, ma libero da denominatione di ℞, cioè è sempre numero rationale) & à moltiplicare poi questo numero rationale hora 5. per vn'altro numero rationale hora $3\frac{1}{4}\frac{6}{8}\frac{9}{4}$. il prodotto (hora $15\frac{4}{4}\frac{2}{8}\frac{3}{4}$.) è similmente numero rationale)* & però la quarta parte d'esso loro prodotto, cioè la grandezza del Cerchio hora $3\frac{1}{1}\frac{3}{6}\frac{9}{4}\frac{7}{6}$. conuien pure, che sia rationale; Ma questa grandezza del Cerchio, & però la grandezza del quadrato eguale ad esso Cerchio, cioè hora il $3\frac{1}{1}\frac{3}{6}\frac{9}{4}\frac{7}{6}$. non può già essere numero quadrato *(deriuādo da diametro non*

numero rationale, cioè hora da ℞ 5.) cioè non può già esso numero della grandezza del Cerchio hauere ℞ quadra precise, & perciò nō si può già esplicare il lato del quadrato *(che è la ℞ quadra d'esso numero hora* $3\frac{1}{7}\frac{7}{4}\frac{9}{4}\frac{7}{6}$.) per numero rationale; perche quando esso $3\frac{1}{7}\frac{7}{4}\frac{9}{4}\frac{7}{6}$. douesse essere numero ■, & però quadrato ancora il suo quadruplo, ò vogliamo dire il prodotto, che nasce dal dutto d'esso in 4. numero ■, qual prodotto è $15\frac{1}{4}\frac{7}{8}\frac{3}{4}$. conuerria, che egli deriuasse dal dutto di dui numeri, che fussero ambidui quadrati, ò hauessero proportione come da numero ■ à numero ■, ma egli deriua dal dutto di 5. in $3\frac{}{4}\frac{6}{8}\frac{9}{4}$. delli quali il $3\frac{}{4}\frac{6}{8}\frac{9}{4}$. è ■, ma il 5. è non ■ perche la sua ℞ è ℞ 5. diametro non rationale *(ò vogliamo dire, ma egli deriua dal dutto d'vn num. non ■ 5. in numero ■* $3\frac{}{4}\frac{6}{8}\frac{9}{4}$.) perilche esso prodotto $15\frac{1}{4}\frac{7}{8}\frac{3}{4}$. è nō ■. Et perche à partirlo per vn numero ■, l'auuenimento è similmente numero non ■, partendolo per 4. numero ■, cioè pigliādone la sua quarta parte, che è il $3\frac{1}{7}\frac{7}{4}\frac{9}{4}\frac{7}{6}$. esso $3\frac{1}{7}\frac{7}{4}\frac{9}{4}\frac{7}{6}$. sarà numero non ■, onde la ℞ d'esso numero non ■ nō potrà essere numero rationale, ma sarà vna ℞ quadra, come è il diametro del Cerchio, & cosi *(stante la proportione data dell'Autore)* è manifesto, che quando il diametro del Cerchio sia numero rationale, ò ℞ quadrata, ancora il lato del quadrato eguale ad esso Cerchio sarà similmente numero rationale, ò ℞ quadrata, Ma nell'vno, & l'altro caso la grandezza del Cerchio, & però del Quadrato à lui eguale sarà sempre numero rationale.

Venendo hora all'essamine d'essa proportione di $3\frac{}{4}\frac{6}{8}\frac{9}{4}$. della circonferenza al diametro si vede ella essere fra i dui limiti, ò termini d'Archimede, che sono $3\frac{1}{7}$. eccedente, & $3\frac{1}{7}\frac{0}{7}$. scarso; & perche sappiamo la scarsa di $3\frac{1}{7}\frac{0}{7}$. essere più prossima alla vera incognita V, che la eccedente di $3\frac{1}{7}$. conosciamo ancora, che la media M, fra queste due, il denominatore della quale è $3\frac{1}{7}\frac{3}{7}\frac{}{4}$. verrà ad essere fra la eccedente, & la vera, & che perciò sarà eccedēte, Ma la proposta di $3\frac{}{4}\frac{6}{8}\frac{9}{4}$. è $3\frac{141}{994}\frac{1}{2}\frac{7}{2}\frac{1}{2}$ cioè è maggiore della media M $3\frac{1}{4}\frac{4}{4}\frac{1}{6}$. cioè più si auuicina alla di $3\frac{1}{7}$. eccedente, che non fà la media detta, eccedente anco ella, però conosciamo la proposta di $3\frac{}{4}\frac{6}{8}\frac{9}{4}$. essere eccedente, & che la proportione della circonferenza al diametro non può arriuare à $3\frac{}{4}\frac{6}{8}\frac{9}{4}$. poiche ne manco può arriuare à $3\frac{1}{4}\frac{4}{4}\frac{1}{4}$. che è solo $3\frac{68}{464}\frac{1}{4}\frac{2}{6}\frac{6}{7}$.

Ouero sapendosi, per quello, che si dimostra nella mia Opera della Diffesa d'Archimede, trattando del 384. agono regolare da inscriuere, & circonscriuere al Cerchio, che quando il diametro si pona essere 49700000. allhora la circonferenza è più di 156135389. ma non arriua à 156140710. se mediante la proportione della circonferenza al diametro di $3\frac{}{4}\frac{6}{8}\frac{9}{4}$. ad 1. ò vogliamo dire di 1521. à 484. poneremo il diametro essere 49700000. allhora la circonferenza verria ad essere 156185330. & più, il che eccede il vero incognito, poiche sappiamo, che ella non può arriuare ne anco à 156140710. Il medesmo, & anco più esattamente trouaremo adoprando i termini recitati dal molto Reuer. Padre Clauio nella sua Geometria à facciate 219. datili da i calcoli delli diligenti Mathematici Ludo. fo à Collen, & Cristoforo Gruenbergero, dicendo, che quando il diametro del Cerchio si pona 100. millioni di millioni di millioni, allhora la circonferenza è più di 314159265358979323846. ma non arriua à 314159265358979323847. perche stante la proportione di $3\frac{}{4}\frac{6}{8}\frac{9}{4}$. fra la circonferenza, & diametro, cioè di 1521. à 484. ponendo il diametro 100. millioni di millioni di millioni, allhora la circonferenza verria ad essere 314256198347107438016. & più, il che eccede il vero incognito, poiche supera il 314159265358979323847. al quale non può arriuare la circonferenza, stante il diametro di 100. trilioni.

Con l'istesso modo si può conoscere quello, che di sopra si disse, cioè, che delli dui denominatori delle proportioni date da Archimede fra la circonferēza, & diametro, che sono di $3\frac{1}{7}$. la eccedente, & $3\frac{1}{7}\frac{0}{7}$ la scarsa, questa scarsa di $3\frac{1}{7}\frac{0}{1}$. è più propinqua al vero incognito, perche posto il diametro 100. trilioni, allhora stante il denominatore $3\frac{1}{7}$. la circonferenza saria $314285714285714285714\frac{2}{7}$. ma stante il denominatore $3\frac{1}{7}\frac{0}{1}$. la circonferenza saria $314084507042253521126\frac{3}{7}\frac{0}{1}$. il che è molto più propinquo alli termini 314. trilioni, 159265. duilioni, &c. che non è l'altro eccedente 314. trilioni, 285714. duilioni, &c. poiche l'eccedente eccede essi termini in 126. milliara di duilioni, & più, ma l'altro numero scarso, scarseggia solo da essi termini in 75. milliara di duilioni, & manco, che esso scarseggiamēto dello scarso è manco delli tre quinti dell'eccesso dell'eccedēte. Hora si può notare, che essendo l'intētione dell'Autore di trouare per denominatore alla proportione della circonferenza al diametro vn numero quadrato precise *(benche il* $3\frac{}{4}\frac{6}{8}\frac{9}{4}$. *sia, come s'è veduto, eccedente, & però non precise, ma solo propinquo al vero)* accioche quādo il diametro del Cerchio sia numero rationale, ancora il lato del Quadrato ad esso Cerchio eguale sia similmente numero rationale, Et quando il diametro

del

del Cerchio sia vna ℞ quadra *(ò altra quantità irrationale)* ancora il lato del ■ ad esso Cerchio eguale sia similmente vna ℞ quadrata *(ò altra quantità irrationale)* come si è mostrato di sopra occorrere sempre, stante il denominatore ■ 3 [illegible], di esso Autore; Si può, dico, notare, che ogn'altro denominatore ■, che si adoprasse, ò scarso, ò eccedente, ò di molto, ò di poco, faria il medesimo effetto, cioè di fare sempre il lato del ■ eguale al Cerchio in quantità simile al diametro del Cerchio, ò sia esso diametro numero rationale, ò ℞ quadra, &c. come si può concludere nel modo istesso adoprato per conoscerlo nel 3 [illegible]. Di più quando pure fusse vero, che il denominatore della proportione precise, che hà la circonferenza al diametro fusse vn numero ■, noi già non potresimo conoscerlo, ne concluderlo con la semplice esperienza, ouero operatione delli numeri, quale non può fare altro, che certificarci se esso denominatore ■ sia propinquo, ò lontano dal vero incognito, & se sia scarso, ò eccedente, mediãte l'esperimentare se stante esso diametro la circonferẽza sia fra i dui termini di trilioni, &c. dati *(quali anco si possono andare dilatãdo in numeri maggiori in infinito, come si mostra nella mia Opera della Diffesa d'Archimede)* ò à quale ella più si auicini, perilche conuiene, che essa vera proportione sia stabilita da certe dimostrationi Geometriche, quãdo *(se pure per benignità di N.S. Dio auuerrà mai)* ella si ritroui, & per ornamento della Scienza, & per giocondità dell'intelletto Mathematico, quale solo si acquieta nella precisione delle cose.

Mostrarei hora come con modo facile si trouino innumerabili denominatori ■, ò vogliamo dire numeri ■, che si potriano assegnare alla proporrione propinqua, che è fra la circonferenza del Cerchio, & il suo diametro, & scarsi, & eccedenti, & l'vno più propinquo al vero incognito dell'altro, & anco ciascuno più propinquo ad esso vero incogniro, che nõ è il 3 [illegible] se potesi farlo à pieno con poca scrittura, onde aspettarò à farlo doppo il presente discorso, ne descriuerò hora per breuità solo alcuni pochi, & sono gli eccedenri 3 [illegible]. 3 [illegible]. 3 [illegible]. 3 [illegible]. 3 [illegible]. 3 [illegible]. 3 [illegible]. 3 [illegible]. quali successiuamente sono l'vno più propinquo al vero incognito dell'altro, poiche con il primo posto il diametro 100. trilioni, la circonferenza saria 314. trilioni, 195615. duilioni, &c. Con il secondo 314. trilioni, 174636. duilioni, &c. Con il terzo 314165. &c. Con il quarto 3141640401. &c. Con il quinto 3141631. &c. Con il sesto 314159704. &c. Con il settimo 3141595517. &c. Con l'ottauo 314159473380943. &c. Et con il nono 31415931. &c. Et li seguẽti 3 [illegible]. 3 [illegible]. 3 [illegible]. 3 [illegible]. sono scarsi, appropinquandosi successiuamente l'vno più al vero incognito, che l'altro; che con il primo posto il diametro del Cerchio 100. trilioni, la circonferẽza saria 3141575. &c. Con il secondo saria 3141587. &c. Con il terzo ella saria 314159122435058. &c. Et con il quarto saria 314159914049. &c.

Ancora, acciò gli Studenti si faccino maggiormente esperti nelle proprietà de' numeri, si mostrarà poi come si possa dare tal denominatore rationale nõ quadraro alla proportione propinqua alla vera incognità, quale hà la circonferenza del Cerchio al suo diametro, che se bene quãdo il diametro del Cerchio è numero rationale, il lato del ■, che fusse eguale ad esso Cerchio è irrationale, cioè è vna ℞ quadra, potrà auuenire anco molte volte, che essendo il diametro del Cerchio non rationale, ma vna ℞ quadra, nondimeno il lato del ■, che stante tal proportione fusse eguale al Cerchio, saria numero rationale, Onde qui per breuità solo si notarãno alcuni d'esi denominatori, & eccedẽti, & scarsi, Et vno de gl'eccedenti può essere 3 [illegible]. *(& è più propinquo di 3 [illegible].)* che posto il diametro del Cerchio 100. trilioni, la circonferenza saria 314. trilioni, 224133. duilioni, &c. con il quale denominarore posto il diamerro del Cerchio essere ℞ quadra 58. la circonferẽza saria ℞ 572 [illegible]. il loro prodotto è ℞ 33215 [illegible]. cioè 182 $\frac{1}{4}$. che partito per 4. ne viene 45 [illegible]. per la grandezza del Cerchio, & però del quadrato eguale ad esso Cerchio, onde la ℞ di questo 45 [illegible]. che è 6 $\frac{3}{4}$. nnmero rationale, sarà il lato del ■ detto eguale al Cerchio; L'istesso auuerrà, cioè il lato del ■ eguale al Cerchio sarà pure numero rationale, quãdo il diametro del Cerchio si pona essere ℞ 14 $\frac{1}{2}$. ò ℞ 25 $\frac{7}{9}$. ò ℞ 6 $\frac{4}{9}$. ò ℞ 928. ò ℞ 2088 ò ℞ 3712. ò ℞ 1450. & altre à queste commensurabili, ò communicanti, che innumerabili simili se ne possono assegnare.

Ancora 3 [illegible]. sarà denominatore eccedente, ma più propinquo al vero del sopradetto 3 [illegible]. perche posto il diametro del Cerchio 100. trilioni, la circonferenza saria 314. trilioni, 20560 . duilioni, &c. con il quale denominat. posto il diametro del Cerchio ℞ 21 $\frac{1}{3}$. ò ℞ 2140. ò ℞ 4815. ò altra à queste commensurabile, allhora il lato del ■ eguale al suo Cerchio sarà numero rationale; Ancora 3 [illegible]. è eccedente più propinquo, che posto il diametro del Cerchio 100. trilioni, la circonferenza saria 314. trilioni, 200714. duilioni, &c. con il quale denominatore posto il diametro del Cerchio ℞ 10284. ò ℞ 22689. ò altre maggiori, ò minori à queste

commen-

commensurabili, allhora il lato del ■ eguale al suo Cerchio sarà num. rationale. Ancora eccedēte più propinquo è 3 [illegible] che posto il diam. del Cerchio 100. trilioni, la circonferēza saria 314. trilioni, 169675. duilioni, &c. con il quale denom. posto il diam. del Cerchio ℞ 277. ò ℞ 30 $\frac{7}{9}$. ò ℞ 1108. ò ℞ 9972. ò altre à queste cōmensurabili, ò vogliamo dire cōmunicanti, il lato del ■ eguale al suo Cerchio sarà num. rationale. Ancora 3 [illegible]. è eccedente molto propinquo al vero. che posto il diam. 100. trilioni, la circonfer. saria 314. trilioni, 162628. duilioni, &c. & con questo denomin. posto il diam. del Cerchio ℞ 3199. ò ℞ 5687 $\frac{1}{4}$. ò ℞ 1421 $\frac{7}{9}$. ò ℞ 204736. ò altre à queste cōmunicanti, allhora il lato del ■ eguale al suo Cerchio sarà num. rationale. Ancora 3 [illegible]. è eccedente molto propinquo, che posto il diam. 100. trilioni, la circonfer. saria 314. trilioni, 159282. duilioni, &c. & con questo denom. posto il diam. del Cerchio ℞ 11466796. ò ℞ 71667475. ò altre à queste cōmensurabili, allhora il lato del ■ eguale al suo Cerchio sarà num. rationale. Quanto à gli scarsi 3 [illegible]. è denom. scarso, ma molto propinquo al vero incognito, perche posto il diam del Cerchio 100. trilioni, la sua circonfer. saria 314. trilioni, 154575. duilioni, &c. & cō questo denom. posto il diam. del Cerchio ℞ 844 $\frac{1}{4}$. ò ℞ 375 $\frac{1}{3}$. ò ℞ 13508. ò ℞ 54032. ò ℞ 30393. ò altre à queste cōmensurabili, allhora il lato del ■ eguale al suo Cerchio sarà num. rationale. Ancora 3 [illegible]. è denom. scarso, ma più propinquo al vero, che l'antecedēte, perche posto il diam. del Cerchio 100. trilioni, la sua circonfer. saria 314. trilioni, 156928. duilioni, &c. Et con q̄sto denom. posto il diam. del Cerchio ℞ 119 $\frac{4}{5}$. ò ℞ 29 [illegible]. ò ℞ 11980. ò ℞ 26955. ò altre à queste cōmensurabili, allhora il lato del ■ eguale al suo Cerchio sarà num. rationale. Et 3 [illegible]. è scarso più propinquo, che posto il diam. 100. trilioni, la circonfer. saria 314. trilioni, 158953 duilioni, &c. Et con questo denomin. posto il diam. del Cerchio ℞ 716675 $\frac{1}{2}$. ò ℞ 179168 $\frac{7}{8}$. ò ℞ 11466808. ò altre à queste cōmunicanti, allhora il lato del ■ eguale al suo Cerchio sarà num. rationale. Scarso più propinquo ancora è 3 [illegible]. perche posto il diam. 100. trilioni, la circōfer. saria 3141590626 &c. Et con questo denomin. posto il diam. del Cerchio ℞ 955567. ò altro à questo communicante, allhora il lato del ■ eguale al suo Cerchio sarà num. rationale. Et 3 [illegible]. è ancora scarso più propinquo, che posto il diam. del Cerchio 100. trilioni, la circonfer. sarà 314159172-5. &c. con il quale denomin. quando si pona il diam. ℞ 28667. ò ℞ 7166 $\frac{3}{4}$. ò ℞ 3185 $\frac{2}{9}$. ò altra à queste communicanti, allhora il lato del ■ eguale al suo Cerchio sarà numero rationale.

Di più si può notare quest'altr'ordine di denominatori eccedēti, ma seguentemēte più propinqui di mano in mano al vero incognito, & sono 3 [illegible]. 3 [illegible]. 3 [illegible]. 3 [illegible]. 3 [illegible]. 3 [illegible]. & 3 [illegible]. poiche cō il primo posto il diam. del Cerchio 100. trilioni, la circonfer. saria 314169821. &c. Con il secondo 314163-237. &c. Con il terzo 3141607663. &c. Con il quarto 314160156. &c. Con il quinto 31415988-95. &c. Con il sesto 31415926536095. &c. Et con il settimo 314159265359027. &c. Che stante il primo, posto il diam. del Cerchio ℞ 363 [illegible]. Ouero ℞ 23236. ò altro à queste cōmunicanti, allhora il lato del ■ eguale ad esso Cerchio sarà num. rationale, Et stante il secondo, auuertà similmente il medesmo, posto il diam. ℞ 1017 $\frac{8}{9}$. ò ℞ 2040 $\frac{5}{4}$. ò altro à queste communicante, Et stante il terzo, ponendo il diam. ℞ 1885 $\frac{1}{4}$. ò ℞ 838 $\frac{1}{9}$. ò altre à queste cōmunicanti, Et stante il quarto, ponendo il diam. ℞ 804 $\frac{1}{4}$. ò ℞ 28953. ò altre à queste cōmunicante, Et stante il quinto, ponendo il diam. ℞ 7073310 $\frac{1}{2}$. ò altre à questa cōmunicanti, Et stante il sesto, ponendo il diam. ℞ 176832416 $\frac{1}{8}$. ò altra cōmunicanteli, Et stante il settimo, ponendo il diam. ℞ 200336-227856 $\frac{3}{4}$. ò altra à questa cōmunicante. Et ancora quest'ordine di denominatori scarsi, ma di mano in mano più propinqui al vero incognito, & sono 3 [illegible]. 3 [illegible], 3 [illegible]. 3 [illegible]. & 3 [illegible]. che con il primo posto il diam. del Cerchio 100. trilioni, la circonfer. saria 31415192507 80. &c. Con il secondo ella saria 3141554749534. &c. Con il terzo 31415823914324806. &c. Con il quarto 31415926289. &c. Et con il quinto ella saria 31415926535 8929. &c. Et stante il primo, posto il diam. del Cerchio ℞ 6038 ò ℞ 27-171. ò altre à queste communicāti, allhora il lato del Quadrato eguale al suo Cerchio sarà numero rationale, Et stante il secondo, auuerrà similmente il medesmo, posto il diam ℞ 8011 $\frac{5}{4}$. ò ℞ 3560 $\frac{7}{9}$. ò altre à queste communicanti, Et stante il terzo, ponendo il diametro ℞ 21124. ò ℞ 1320 $\frac{1}{4}$. ò ℞ 586 $\frac{7}{9}$. ò altra communicanteli, Et stante il quarto, ponendo il diametro ℞ 707-3296 $\frac{1}{2}$. ò altra, che gli sia communicante, Et stante il quinto, ponendo il diametro ℞ 80134-4911426 $\frac{3}{4}$. ò ℞ 2884841681 1363. ò altra à queste communicanti.

Et questo basti intorno al presente discorso, che hora seguiremo alle Operationi numerali dalle quali egli si è deriuato.

OPE-

OPERATIONI NVMERALI.

Limiti d'Archime de.
$3\frac{1}{7}$. eccedente Et $3\frac{10}{71}$. scarso
diametro 7 douenti 100. trilioni
circonferenza 22

2200 &c.

la circonferenza saria 3142857142857142857$\frac{1}{7}$
limite propinquo 31415926535897932384 7
& con il $3\frac{10}{71}$. saria 31408 ,507042253521126$\frac{54}{71}$.
scarsezza 75. & manco
eccedenza 126. & più

Diametro 71. douenti 100. trilioni
circonferenza 223

22300 &c.
3140845070422535211 26$\frac{54}{71}$

100 360 180 150
290 500 380 80
600 300 250 90
320 160 370 190
36 18 15 480
54

Però molto più propinqua al vero incognito è la scarsa di $3\frac{10}{71}$. che la eccedente di $3\frac{1}{7}$. Et si vede la scarsezza della scarsa essere manco delli $\frac{2}{5}$. della eccedenza della eccedente, la quale quantità di $\frac{2}{5}$. è bene à notarla per le cose seguenti.

Eccedente $3\frac{1}{7}$ — Vero incognito V. — Scarso $3\frac{10}{71}$
Medio

M. $3\frac{141}{994}$. quale è fra il vero incognito, & l'eccedente, Et però è eccedente.

$3\frac{69}{484}$ 994 69 — 68586 — $141\frac{171}{242}$ — 826 — 342

Il $3\frac{69}{484}$. cioè $3\frac{141\frac{171}{242}}{994}$ è fra il medio $3\frac{141}{994}$. & l'eccedente $3\frac{1}{7}$. perilche essendo il Medio eccedente, ancora questo $3\frac{69}{484}$. tanto più sarà eccedente.

Il $3\frac{141}{994}$ — 484 141 — 68244 — 68 — 860 — 652 — 326 — 497
$68\frac{326}{497}$ è $3\frac{68\frac{326}{497}}{484}$

Denominatore $3\frac{69}{484}$ 1521 1521
234256) 2313441
cioè ℞ $9\frac{205137}{234256}$
Diametro ℞ 5
1025685
88661
Circonferenza ℞ $49\frac{88661}{234256}$

Diametro Circonferenza
484 1521
121 4 38025
11
11
34568181818181818181$\frac{9}{11}$
3142561983471074380 16$\frac{64}{121}$. saria la circõf. quãdo il diam. si pona essere 100. trilioni.

Diam. 484. Circõf. 1521. Diam. 49700000
1521
4) 755937
11) 18898425
11) 1718038636$\frac{4}{11}$
156185330$\frac{70}{121}$. saria la circonf.

Mostrarò hora come con modo facile si trouino innumerabili denominatori quadrati, ò vogliamo dire numeri quadrati, che si potranno assegnare alla proportione propinqua al vero incognito, che è fra la circonferenza del cerchio, & il suo diametro, & scarsi, & eccedenti, & l'vno più propinquo al vero incognito dell'altro, & anco ciascuno di loro più propinquo al vero incognito, che nõ è il $3\frac{69}{484}$. però notisi, che stando hora nelli termini, ò limiti d'Archimede di $3\frac{1}{7}$. & $3\frac{10}{71}$. tutte le radici quadre scarse di $3\frac{1}{7}$. i quadrati delle quali eccedano $3\frac{10}{71}$. daranno essi loro quadrati, che saranno denominatori propinqui al vero incognito della proportione, che hà la circonferenza al diametro, quali saranno fra i limiti detti di $3\frac{1}{7}$. & $3\frac{10}{71}$. Et anco tutte le ℞ quadre eccedenti di $3\frac{10}{71}$. i quadrati delle quali non arriuano à $3\frac{1}{7}$. daranno similmẽte essi loro quadrati, che saranno pure denominatori propinqui al vero incognito della proportione, che hà la circonferenza al diametro, quali saranno anco essi fra i limiti detti di $3\frac{1}{7}$. & $3\frac{10}{71}$. Ouero in vece del termine $3\frac{1}{7}$. eccedente, pigliando il $3\frac{69}{484}$. dell'Autore, anco egli eccedẽte, ma più propinquo al vero di $3\frac{1}{7}$. potremo dire, che tutti i denominatori quadrati, che saranno fra $3\frac{69}{484}$. & $3\frac{10}{71}$. potranno seruire per denominatori propinqui al vero incognito della proportione, che hà la circonferenza al diametro, & saranno fra essi limiti $3\frac{69}{484}$. eccedente, & $3\frac{10}{71}$.

& $3\frac{1}{7}$ [illegible]. scarso, Onde vedendo, che la ℞ di 3 [illegible]. ò vogliamo dire [illegible]. termine eccedente è [illegible]. cioè 1 [illegible]. che è $1\frac{3}{4}$. & [illegible]. conosciamo, che la radice del denominatore quadrato, che sia à proposito, conuiene, che sia minore di questo $1\frac{3}{4}$. & [illegible]. perilche potremo supponere, che sia solo $1\frac{3}{4}$. & [illegible]. cioè 1 [illegible].

$1\frac{3}{4}$. & [illegible]. cioè $1\frac{139}{180}$. che è $\frac{319}{180}$. Il suo quadrato è $\frac{101761}{32400}$

32400) 101761

3140771. &c. che è scarso.

4561

2500

2320

520

Hor piglisi $1\frac{3}{4}$. & $\frac{1}{44\frac{?}{?}}$. cioè $1\frac{3}{4}$. & [illegible]. che è $1\frac{275}{356}$ cioè $\frac{631}{356}$

Il suo quadrato è $\frac{398161}{126736}$

126736) 398161

3141656672137. &c. ch'è eccedēte, ma molto più vicino al vero incognito del 3 [illegible]. dell'Autore.

1795300 270880

2099600 1740800

718240 932320

845600

85184

914240

Piglisi $1\frac{3}{4}$. & $\frac{1}{44\frac{1}{?}}$. cioè $1\frac{3}{4}$. & [illegible]. che fà 1 [illegible]. cioè [illegible]. Il suo quadr. è $\frac{889249}{283024}$

283024) 889249

3141056159. &c. che è eccedente, però conuiene, che il rotto $\frac{1}{44\frac{1}{?}}$. sia più piccolo, cioè che il denominatore $44\frac{1}{?}$. sia alquanto più grande, hor sia $44\frac{2}{?}$. formando $\frac{1}{44\frac{2}{?}}$. cioè [illegible]. quale cō $1\frac{3}{4}$. fà 1 [illegible]. cioè (*schifando*) 1 [illegible]. che è [illegible]. Il quadrato del quale è [illegible].

4017700

5536400

1589440

1743200

4505600

2602400

197136) 619369

314183. &c. che pure è eccedente, però piglisi $\frac{1}{44\frac{?}{?}}$. cioè [illegible]. formādo $1\frac{3}{4}$. & [illegible]. cioè 1 [illegible]. che è [illegible]. quale quadraremo.

2796100

3619500

711520

12645136) 39727809

314174. &c. che è anco eccedentē, però pigliaremo rotto anco più piccolo, cioè che habbi denominatore più grande, & sia il denominatore 44 [illegible]. formando $\frac{1}{44\frac{?}{?}}$. cioè [illegible]. che con $1\frac{3}{4}$. fà 1 [illegible]. ma se vogliamo potere schifare il rotto, conuiene, che il denominatore D, del rotto, che si giunge al $\frac{3}{4}$. sia numero paro, accioche moltiplicato con il 3. numeratore del $\frac{3}{4}$. produca numero paro, da giongere al prodotto del 4. (*denominatore del $\frac{3}{4}$.*) che si moltiplica nel numeratore N. del rotto detto, qual prodotto sarà sempre numero paro, per essere il 4. moltiplicante paro (*ò sia poi il numeratore N. paro ò disparo, perche paro via paro, & anco via disparo, produce paro*) onde la somma loro sarà numero paro, qual somma è il numeratore A, del rotto S, che si gionge all'intiero 1. & il denominatore B, di questo rotto, che è il prodotto di 4. numero paro, denominatore del $\frac{3}{4}$. via il denominatore D, già detto del rotto P, sarà anco egli numero paro, onde questo rotto S che si giunge all'1. intiero hauerà il numeratore A, & anco il denominatore B, numeri pari, & però esso rotto S, si potrà schifare almeno per 2. Et perche il rotto P, che si somma con il $\frac{3}{4}$. è quello, à che si riduce il rotto R, che hà per numeratore 1. & per denominatore il 44. con il rotto A, aggiuntoli, conuiene,

conuiene, che questo rotto A, sia tale, che il prodotto dal suo denominatore moltiplicato per il 44. numero paro, & che perciò produrrà paro, à questo prodotto, cioè paro, gionto il numeratore d'esso rotto A, la somma, che hà da essere denominatore del rotto P, sia numero paro. perilche è necessario, che il numeratore d'esso rotto A, sia numero paro *(accioche gionto ad va numero paro, la somma sia paro)* & consequentemente, che il denominatore d'esso rotto A, sia numero disparo *(perche se fusse paro, come hà da essere il suo numeratore, allhora esso rotto A, saria schisabile, & noi intendiamo, che egli sia ridotto alla sua minima denominatione, cioè che sia inschisabile)* Nondimeno, perche già habbiamo veduto, che $44\frac{1}{2}$. *(ancor più grande di $44\frac{1}{7}\frac{4}{0}\frac{2}{0}$.)* è poco *(cioè che $1\frac{3}{4}$. & $\frac{1}{44\frac{1}{2}}$. è eccedente)* pigliaremo quantità più piccola, cioè faremo, che il denominatore già posto $44\frac{1}{2}$. sia alquanto più grande, hor sia $44\frac{2}{5}\frac{8}{5}$. formando $\frac{1}{44\frac{2}{5}\frac{8}{5}}$. cioè [illegible]. quale con $1\frac{3}{4}$. fà [illegible]. & schisando, si riduce ad [illegible]. che è [illegible]. & il suo quadrato è 3 [illegible]. che posto per circonferenza, quando il diametro è 1. se il diametro si pona 100. trilioni, la circonferenza sarà 314. trilioni, 164040. duilioni, 139476. millioni, &c. che è anco eccedente, però conuiene, che il denominat. $44\frac{2}{5}\frac{8}{5}$. sia alquãto maggiore, hor ponasi $44\frac{1}{5}\frac{8}{5}$. formando $\frac{1}{44\frac{1}{5}\frac{8}{5}}$, cioè [illegible]. che con $1\frac{3}{4}$. fà [illegible]. cioè [illegible]. cioè [illegible]. il quadrato del quale è [illegible].

$1\frac{3}{4}$. & $\frac{1}{44\frac{1}{5}\frac{8}{5}}$ rotto R $\frac{1}{44\frac{2}{5}\frac{8}{5}}$

rotto P $\frac{55}{2448}$ N D rotto A $\frac{28}{55}$

rotto S $\frac{7564}{9792}$ A B

$1\frac{1891}{2448}$

$\frac{4339}{2448}$

13017
169221
17356

5992704) 18826921
314164040139476
84880900 56788480
98304400 28541440
24211360 45706240
24054400 37573120
8358400

9709456) 30503529
3141631106. &c. che pure è eccedẽte, però il denominatore $44\frac{1}{5}\frac{8}{5}$. si faci anco maggiore, & sia $44\frac{}{1}\frac{8}{5}$. formando $\frac{1}{44\frac{}{1}\frac{8}{5}}$. cioè [illegible]. che cõ $1\frac{3}{4}$. fà [illegible]. cioè [illegible]. che è [illegible] il quadrato del quale è [illegible].

137516100
158371600
30203040
107467200
66318400

27889) 87616
314159704. &c. che è pure eccedente. Hor piglisi denominatore alquanto maggiore di $44\frac{}{1}\frac{8}{5}$. & sia $44\frac{}{1}\frac{6}{1}$. formando $\frac{1}{44\frac{}{1}\frac{6}{1}}$. cioè [illegible]. quale con $1\frac{3}{4}$. fà [illegible]. che schisato è [illegible]. il suo quadrato è 3 [illegible]. quale è la circonferenza, essendo il diametro 1. ma postolo 100. trilioni, la circonfereoza saria 314. trilioni, 157538. duilioni, &c. che è scarso, però il denominatore vero incognito douerà essere minore di $44\frac{}{1}\frac{6}{1}$. ma più grãde di $44\frac{}{1}\frac{8}{5}$. hor sia $44\frac{}{1}\frac{7}{1}$. formando $\frac{1}{44\frac{}{1}\frac{7}{1}}$. cioè [illegible]. quale con $1\frac{3}{4}$. fà [illegible]. cioè [illegible]. il quad. del quale è [illegible] cioè 3 [illegible]. che è la circonferenza, essendo 1. il diametro, ma essendo 100. trilioni, ella sara 3141587-8806.

394900
445400
270650
196490
126700

$\frac{1737}{980}$

960400) 3017169
3141575385. &c.
135969
151300
72400
51720
37000
81880
50480

5363856
16851025
314158788006. &c.
75945700 33472000
85171600
47137600
42267520
47205280
42944320

8806. che è scarso, ma molto propinquo al vero incognito, però il vero denominatore è fra $44\frac{7}{13}$. scarso, & $44\frac{8}{15}$. eccedente.

Il denominatore $44\frac{7}{13}$. fà scarso, Et $44\frac{8}{15}$. fà eccedente, che ridotti per commodità ad vna istessa qualità, li $\frac{7}{13}$. & $\frac{8}{15}$. sono $\frac{105}{195}$. & $\frac{104}{195}$. Hor piglisi $\frac{104\frac{1}{6}}{195}$. cioè $\frac{625}{1170}$. cioè $\frac{125}{234}$. che il denominatore sarà $44\frac{125}{234}$. formando $\frac{1}{44\frac{125}{234}}$. che è $\frac{234}{10421}$. quale con $1\frac{3}{4}$. fà $1\frac{32199}{41684}$. cioè $\frac{73883}{41684}$.

```
      41684          73883
      41684          73883
1737555856 )    5458697689
           3141595517 7.&c.
   24603012100
     27723011600
      16596737600
        9587348960
         8995696800
          30791752000
           12533024480
```

31415955177.&c. che è eccedente, ma molto propinqua al vero.

Il denominatore $\frac{104\frac{1}{6}}{195}$. fà eccedere, Et il $\frac{105}{195}$. cioè $\frac{7}{13}$. fà scarso, Cioè $\frac{1625}{3042}$. fà eccedente, & $\frac{1638}{3042}$. fà scarso, però esaminiamo li intermedij sottoposti.

$\frac{1626}{3042}$	$\frac{1628}{3042}$	$\frac{1629}{3042}$	$\frac{1630}{3042}$	$\frac{1632}{3042}$	$\frac{1634}{3042}$	$\frac{1636}{3042}$
$\frac{271}{507}$	$\frac{814}{1521}$	$\frac{181}{338}$	$\frac{815}{1521}$	$\frac{272}{507}$	$\frac{817}{1521}$	$\frac{818}{1521}$

Hor piglisi $\frac{181}{338}$. & si formi $\frac{1}{44\frac{181}{338}}$. cioè $\frac{338}{15053}$. hauendo $1\frac{3}{4}$. & $\frac{338}{15053}$. cioè $1\frac{46511}{60212}$. cioè $\left(\frac{106727}{60212}\right.$

```
      60212          106723
      60212          106723
3625404944 )    11389798729
              3141593167.&c.
   51334389700
    57760048400
     33777742400
      11483779040
       60732420800
        27246616960
```

3141593167. &c. che è eccedente, ma molto propinquo al vero, perilche pigliaremo hora vn rotto maggiore, & sia il $\frac{272}{507}$. formando $\frac{1}{44\frac{272}{507}}$. cioè $\frac{507}{22580}$. quale con $1\frac{3}{4}$. fà $1\frac{69768}{90320}$. cioè $1\frac{8721}{11290}$. che è $\frac{20011}{11290}$.

```
    11290         20011
    11290         20011
127464100 )   400440121
         3141591404952453.&c.
   18047821   6685910
    202847     3127050
    1165085     5777680
     179081     6791160
       63126    4179550
      1214036
```

3141591404952453. &c. che è scarso, ma molto propinquo al vero incognito.

Et con questo modo potiamo andare trouando altri denominatori quadrati, & eccedéti, & scarsi, che si vadano maggiormente auuicinando al vero denominatore incognito della proportione, che hà la circonferenza al diametro del Cerchio.

Per mostrare hora come si possono trouare molti denominatori rationali non quadrati propinqui al vero incognito denominatore della proportione, che hà la circonferenza al diametro del

tro del Cerchio, tali, che se bene quando il diametro del Cerchio è numero rationale, il lato del quadrato, che gli fusse eguale è irrationale, cioè vna ℞ quadra, potrà auuenire anco molte volte, che essendo il diametro del Cerchio non rationale, ma vna ℞ quadra, nondimeno il lato del quadrato, che *(stante tale denominatore non quadrato P,)* fusse eguale ad esso cerchio sarà numero rationale; notisi, che quando del numero non quadrato, che si pigli per denominatore della proportione della circonferenza al diametro, ridotto, che egli sia à forma di rotto, il suo numeratore N, sia numero quadrato *(& chiamaremo D, il suo denominatore)* auuertà sempre, che dando al diametro del cerchio vn numero di ℞ quadra, che habbi proportione al denominatore D, come da numero quadrato à numero quadrato, allhora il lato del quadrato, che *(stante il denominatore totale P, non quadrato, contenuto dal numeratore quadrato N, & dal denominatore non quadrato P,)* fusse eguale à tal cerchio, saria numero rationale, che per esempio pigliando $3\frac{1}{8}$ per il denominatore P, della proportione propinqua *(& è scarsa)* che hà la circonferenza, al diametro del quale $3\frac{1}{8}$. ridotto à forma di rotto, & è $\frac{25}{8}$. il numeratore N 25. è numero quadrato; sempre, che si pigli vn numero di ℞ quadra, tale, che al denominatore D 8. habbi proportione, come da numero quadrato à numero quadrato *(ò vogliamo dire habbi proportione quadrata)* come sono 2. ouero 8. ò 72. ò 200. ò 648. ò altri tali, che deriuano da moltiplicare, ò partire l'8. denominatore D, per qual numero quadrato ci piaccia, ò sia egli intiero, ò rotto, ò misto, hor sia, che si pigli 72. ponendo il diametro del cerchio essere ℞ 72. auuertà dico necessariamente, che il lato del quadrato eguale al cerchio *(stante tale denominatore P $3\frac{1}{8}$.)* sarà numero rationale, Perche questo diametro ℞ 72. moltiplicandolo per il denominatore della proportione assegnata $3\frac{1}{8}$. cioè per ℞ $\frac{625}{64}$. farà ℞ $\frac{625. \text{ via } 72}{64}$. *(cioè 625. volte 72. da partire per 64.)* & questa sarà la circonferenza, quale moltiplicandola per il diametro ℞ 72. farà ℞ $\frac{625. \text{ via } 72 \text{ via } 72}{64}$. cioè il prodotto sarà la ℞ del numero, che nasce à partire per 64. il dutto di 625. via 72. via 72. Ma 72. via 72. produce il quadrato di 72. & il 625. è sempre il quadrato di 25 numeratore N, del $\frac{25}{8}$. onde il dutto di 72. via 72. cioè il dutto di 5184. numero quadrato in 625. & è 3240000. sarà di necessità numero quadrato *(deriuãdo dal dutto di dui numeri quadrati (5184. & 625.) moltiplicati insieme)* & questo partito per 64. numero quadrato *(che è sempre il quadrato d'8. denominatore D, del $\frac{25}{8}$.)* dà l'auuenimento 50625. di necessità anco egli numero quadrato *(perche à partire vn numero quadrato per vn numero quadrato, l'auuenimento è sempre numero quadrato)* onde questo 50625. numero della ℞, che si produce à moltiplicare il diametro ℞ 72. via la circonferenza ℞ $703\frac{1}{8}$. sarà numero quadrato, cioè il dutto della circonferenza nel diametro, & è ℞ 50625. si potrà esplicare per numero rationale, & sarà 225. Questo 225. prodotto dalla moltiplicatione del diametro nella circonferenza, è di necessità numero quadrato *(cioè il 50625. sopradetto è num. quadro quadrato)* perche egli è sempre il dutto di 25. numeratore N, del $\frac{25}{8}$. via 9 Q, che nasce à partire il 72. numero della ℞ data al diametro per 8. denominatore D, d'esso $\frac{25}{8}$. delli quali 25. & 9. il 25. è numero quadrato dal supposito, & anco il 9. è numero quadrato dalla construttione *(hauendo noi formato il 72. che all 8. habbi proportione, come da numero quadrato à numero quadrato, cioè tale, che partendo per l'8. esso 72. l'auuenimento sia numero quadrato)* però il dutto loro 225. di necessità sarà numero quadrato. Et che questo 225 R, dutto di 25. numeratore N, via 9 Q, sia di necessità il dutto del diametro ℞ 72. via la circonferenza ℞ $703\frac{1}{8}$. *(& che perciò esso 225. R, si possa facilmente trouare, moltiplicando il numeratore N 25. del $\frac{25}{8}$. via quel numero quadrato Q. che nasce à partire il numero 72. della ℞ 72. diametro per 8. denominatore D, del medesmo $\frac{25}{8}$.)* si può conoscere, considerando, che per trouare la circonferenza, essendo il diametro ℞ 72. conuien moltiplicare il 72. *(numero della ℞)* via il quadrato di $3\frac{1}{8}$. denominatore della proportione, cioè via $\frac{25}{8}$. via $\frac{25}{8}$. & però produrrà $\frac{72. \text{ via } 25. \text{ via } 25}{8. \text{ via } 8}$. quale sarà il numero della radice, che conuiene alla circonferenza, onde moltiplicando poi il diametro via la circonferẽza, il numero della radice, che se ne produrrà sarà $\frac{72. \text{ via } 72. \text{ via } 25. \text{ via } 25}{8. \text{ via } 8}$. ma partendo li dui 72. superiori del numeratore, per li dui 8. inferiori del denominatore, che ne verranno 9. & 9. numeri quadrati *(dalla construttione)* essi dui 8. inferiori, & però il denominatore si verranno totalmente ad annullare, & il numeratore, che verrà poi à douentare libero da denominatione *(se però non volessimo dire il nostro numero in forma di rotto douentare $\frac{9. \text{ via } 9. \text{ via } 25. \text{ via } 25}{1. \text{ via } 1}$.)* verrà à douentare 9. via 9. via 25. via 25. cioè il numero, ò prodotto cercato della ℞, che deue mostrare il prodotto del diametro nella circonferenza,

 sarà

farà il dutto di 9. via 9. via 25. via 25. & però il dutto di 81. numero quadrato in 625. numero quadrato, onde d'esso dutto *(che è numero di ℞)* douendo poi pigliare la ℞, ella sarà il dutto di 9. ℞ dell'81. via 25. ℞ del 625. cioè il prodotto del diametro nella circonferenza sarà 225. deriuante dalla moltiplicatione di dui numeri quadrati 9. & 25. & però sarà anco egli numero quadrato, la ℞ del quale sarà 15. *(dutto di 3. ℞ del 9. in 5. ℞ del 25.)* ma questo 225. dutto della circonferenza nel diametro è quadruplo alla grandezza del cerchio, & però quadruplo alla grandezza del quadrato eguale al cerchio, onde la sua ℞, cioè 15. sarà doppia al lato del quadrato, che solo fusse eguale *(& non quadruplo)* al cerchio, però il lato del quadrato eguale al cerchio sarà la mità di 15. numero rationale, che è $7\frac{1}{2}$. anco egli numero rationale, benche il diametro del cerchio sia ℞ 72. irrationale; ò vogliamo dire, Il 225. numero quadrato partito per 4. numero quadrato, dà per auuenimento $\frac{2}{}\frac{2}{}\frac{5}{4}$. cioè $56\frac{1}{4}$. quale di necessità anco egli è numero quadrato; & perche esso $56\frac{1}{4}$. è la grãdezza del cerchio, & però del quadrato à lui eguale, la ℞ d'esso $56\frac{1}{4}$. numero quadrato perciò di necessità sarà numero rationale, & è $7\frac{1}{2}$. che è il lato del quadrato eguale al cerchio; Questo dimostrato, cioè la proprietà detta delli numeri in forma di rotto *(inteso però, che siano schisati, sin che si può, cioè talmente, che il loro numeratore non sia communicante al denominatore)* tali, che il numeratore sia numero quadrato, & il denominatore non quadrato; perche il $3\frac{1}{7}$. cioè $\frac{2}{}\frac{5}{}$. è denominatore scarso, cioè molto minore del vero denominatore, che deue hauere la proportione incognita della circonferenza al diametro, noi potremo anco trouarne delli più propinqui al vero, & si farà con l'andar partendo numeri quadrati per tal numero non quadrato à loro incommunicante *(acciò ne deriui rotto inschisabile)* che l'auuenimento sia alquanto più, ò maggiore di $3\frac{1}{4}$. scarso, anzi anco alquãto maggiore di $3\frac{1}{7}\frac{0}{1}$. che pure è scarso *(ma più propinquo)* ma che non attiui à $3\frac{1}{7}$. denominatore eccedente il vero.

Si piglia 289. numero quadrato, & partendolo per 92. numero non quadrato à lui communicante, ne viene $3\frac{1}{9}\frac{1}{2}$. che è manco di $3\frac{1}{7}$. *(che* $3\frac{1}{7}$. *è* $3\frac{13\frac{1}{7}}{92}$.*)* & è più di $3\frac{1}{7}\frac{0}{1}$. *(che* $3\frac{1}{7}\frac{0}{1}$. *è* $3\frac{12\frac{6}{7}\frac{3}{1}}{92}$.*)* però esso $3\frac{1}{9}\frac{1}{2}$. cioè $\frac{2}{}\frac{8}{9}\frac{9}{2}$. sarà à proposito, & lo esaminaremo con il modo già mostrato, per chiarirci se è scarso, ouero eccedente, & trouaremo, che è scarso, perche ponendosi il diametro essere 100000. &c. la circonferenza verria ad essere solo 3141304347826. &c. che è minore di 31415926. &c. al quale, & più deue peruenire la circonferenza.

Diametro Circonferenza Diametro
92) 289 100000. &c.
423 7225
3141304347826086956 52 $\frac{4}{2}\frac{4}{3}$

Et preso 729. numero quadrato, partendolo per 232. non quadrato à lui incommunicante, ne viene $3\frac{1}{2}\frac{3}{6}\frac{3}{2}$. quale non arriua à $3\frac{1}{7}$. che è $3\frac{33\frac{1}{7}}{232}$. & supera $3\frac{1}{7}\frac{0}{1}$. che è $\frac{33\frac{4}{7}\frac{8}{1}}{232}$. ma è eccedente, poiche più si auicina al $3\frac{1}{7}$. che al $3\frac{1}{7}\frac{0}{1}$. Et posto il diametro del cerchio 100. trilioni, la sua circonferenza saria 3142241379310344827 58. & più.

232) 729
829 91125
3142241379310344827 58 $\frac{1}{2}\frac{8}{9}$

Preso hora il quadrato d'vn'altro numero, poniamo di 41. che è 1681. per vedere se può essere à proposito, ponendolo per numeratore della quantità, ò numero misto ridotto à forma di rotto, che ci serua per denominatore della proportione propinqua al vero, che hà la circonferenza al diametro, vedremo quale denominatore possa conuenire ad esso 1681. numeratore, & per farlo facilmente, consideraremo, che quando il diametro del cerchio è 7. la circonferenza è quasi, cioè non arriua à 22. onde posto la circonferenza 22. il diametro doueria essere alquanto più di 7. però potremo dire, Se 22. circonferenza da 7. di diametro, & alquanto più, quando poi la circonferenza sia 1681. quanto doueria essere il diametro? Onde moltiplicando il 1681. per 7. & il prodotto 11767. partẽdolo per 22. che ne viene $534\frac{1}{2}\frac{9}{2}$. sapremo, che il diametro doueria essere $534\frac{1}{2}\frac{9}{2}$. & alquanto più, però poneremo, ch'egli sia l'intiero 535. & questo 535. *(che vediamo essere incommunicante al 1681. perche il 1681. è il quadrato di 41. numero incomposto, onde in esso 1681. non*

41 | 535) 1681
41 | 3142056074766355 1
1681 | 7600 40 340 750
7 | 1100 255 190
22) 11767 | 30 410 295
535) 1681 | 325 355 275
71) 10) 535 | 3 76
5350 | 535
$75\frac{2}{7}\frac{5}{1}$ | $76\frac{1}{5}$

può

può entrare altro numero, che il 41. perilche non essendo il 535. diuisibile precise per 41. in intieri, si vede egli non potere essere communicante al 1681.) già sappiamo apportarci maggior propinquità, che il $3\frac{1}{7}$. & lo conosceremo anco chiaramente dal partire 1681. numeratore, per il 535. denominatore, che ne viene $3\frac{76}{535}$. quale è alquãto manco di $3\frac{1}{7}$. che l'$\frac{1}{7}$. di 535. saria più di 76. & è $76\frac{3}{7}$. Et per vedere se esso $\frac{76}{535}$. è dentro l'altro termine $\frac{10}{71}$. rotto scarso, pigliaremo li $\frac{10}{71}$. del 535. cioè moltiplicato 535. per 10. partiremo il prodotto 5350. per 71. & ne viene $75\frac{25}{71}$. che è minore del 76. perilche vediamo, che il $3\frac{76}{535}$. è dentro ad ambidui i limiti di Archimede, cioè di $3\frac{1}{7}$. & $3\frac{10}{71}$. che sono $3\frac{76\frac{3}{7}}{535}$, & $3\frac{75\frac{25}{71}}{535}$, però è à proposito; Ancora vediamo, che al maggiore $76\frac{3}{7}$. si allontana per $\frac{3}{7}$. ma al minore $75\frac{25}{71}$. si allontana per $\frac{46}{71}$. onde più si auuicina al termine eccedente, che allo scarso, qual termine eccedente $3\frac{1}{7}$. sappiamo essere anco più lontano dal vero incognito, che lo scarso $3\frac{10}{71}$. perilche si conosce benissimo detto $3\frac{76}{535}$, douere essere eccedente, ma con l'esamine ordinario conosceremo intieramẽte la sua qualità, che ponendo il diametro del cerchio 100000. &c. diremo, Se 535. diametro da 1681. circonferenza, che darà 100000. &c. diametro? ò vogliamo dire, Se 535. diametro douenti 100000. &c. che douentarà 1681. circonferenza? onde moltiplicãdo 1681. per 100000. &c. *(ò fingendo, che sia moltiplicato)* & partendo il prodotto per 535. l'auuenimento mostrarà, che la circonferẽza saria 3142056074766355 1. &c. il che si vede eccedere la vera circonferenza incognita, quale sappiamo non potere arriuare à 3141592653589793 23847. Et con questo modo potremo giudiciosamente andare trouando altri denominatori della proportione, che hà d'hauere la circonferenza al diametro più propinqui al vero denominatore incognito delli detti $3\frac{1}{7}$. & $3\frac{10}{71}$. & che habbino la qualità detta, cioè che ridotti à forma di rotto inschisabile, essi habbino per nnmeratore vn numero quadrato, ma per denominatore numero non quadrato, onde qui sotto se ne pongono alcune operationi solo in figura.

Si piglia 59 Sia 1108) 3481000

59 · 3481 · 7 · 22) 24367 · $1108\frac{1}{22}$

3141696750902 5a. &c. che è eccedente, ma più propinquo al vero del $3\frac{76}{535}$. & questo è $3\frac{157}{1108}$.

157 832 584 · 188 564 300 · 1073 100 · 748 28

Si piglia 89 · 89 · 7291 · 7 · 22) 55447 · $2520\frac{7}{22}$

2521) 7921 · circonfer. 3142007140023. &c.

358 6 · 506 958 · 18 · 353

Si piglia 97 · 97 · 9409 · 7 · 22) 65863 · 32931

Sia 2521) 7921 · $3\frac{358}{2521}$ · l'$\frac{1}{7}$. è $360\frac{1}{7}$ · 71) 25210

Il $3\frac{358}{2521}$. è eccedente, ma più propinquo, che $3\frac{76}{535}$. ma di questo $3\frac{358}{2521}$. è anco più propinquo il $3\frac{157}{1108}$.

li $\frac{10}{71}$. sono $355\frac{5}{71}$. però 358. che più si auicina à $360\frac{1}{7}$. eccedente, che à $355\frac{5}{71}$. scarso sarà ecced.

2994) 9409 · $3\frac{407}{2994}$

l'$\frac{1}{7}$. è $427\frac{5}{7}$. però 427. sarà eccedente, che di poco è minore del $427\frac{5}{7}$.

Ma sia 2522) 7921 · $3\frac{355}{2522}$ · l'$\frac{1}{7}$ $360\frac{2}{7}$ · li $\frac{10}{71}$ $355\frac{15}{71}$

Il 355. è scarso, poiche nõ arriua manco à $355\frac{15}{71}$. però è più scarso ancora il $3\frac{355}{2522}$. che non è il $3\frac{10}{71}$.

Hor sia 2995) 9409 · $3\frac{424}{2995}$ · l'$\frac{1}{7}$. è $427\frac{6}{7}$

li $\frac{10}{71}$: sono $421\frac{59}{71}$. al quale si auicina il 424. superandolo di poco più di $2\frac{1}{7}$. ma è minore del $427\frac{6}{7}$. in $3\frac{6}{7}$. & perche $2\frac{1}{7}$. in circa scarsezza non arriua se non alli $\frac{5}{9}$. della eccedenza $3\frac{6}{7}$. che $2\frac{1}{7}$. à $3\frac{6}{7}$. è come 15. à 27. & noi già da principio notassimo, che la scarsezza della scarsa $3\frac{10}{71}$. è alquanto manco delli $\frac{3}{5}$. della eccedenza della eccedente $3\frac{1}{7}$. perilche essendo il $\frac{5}{9}$. minore di questo $\frac{3}{5}$. vediamo, che il 424. sarà scarso, se bene di poco, perche il $\frac{5}{9}$. è anco di poco minore di $\frac{3}{5}$. lo potremo dunque esaminare, & notare fra li scarsi propinqui.

Si piglia

Si piglia 101
101
10201
7
22) 71407
3246

3247) 10201
3141669233138 2. &c.
460
542
2248
2998
757
1019
449
2689
914

2995) 9409
31415692 8213. &c. è scarso, ma molto propinquo al vero incognito,
424
470
2075
2780
845
2460
640
410
2065

$3\frac{1}{1}\frac{4}{9}\frac{2}{9}\frac{4}{3}$. è scarso propinquo.

Sia 3247) 10201
$3\frac{460}{3247}$
$463\frac{0}{7}$

71) 32470
$457\frac{2}{7}\frac{1}{1}$

è eccedente, ma molto propinquo, però esso $3\frac{1}{1}\frac{4}{2}\frac{6}{4}\frac{0}{7}$. si può notare, ò ponere fra i denominatori eccedenti propinqui.

Il 460. sarà eccedente, perche la sua distanza dal $463\frac{6}{7}$. è minore delli $\frac{5}{1}$. della sua distāza al $457\frac{2}{7}\frac{1}{1}$. ò vogliamo dire, perche la sua distāza dal $457\frac{2}{7}\frac{1}{1}$. è maggiore delli $\frac{2}{5}$. della sua distanza al $463\frac{6}{7}$. essendo come da $\frac{1}{1}\frac{4}{7}$. in circa à $\frac{2}{1}\frac{2}{7}$. che 19. è più delli $\frac{1}{5}$. di 27. onde il 460. si allontana dallo scarso verso l'eccedente, più che non importa il vero incognito, perilche egli passa il vero incognito, & và nell'eccedenza.

Si piglia 103
103
10609
7
22) 74263
$3375\frac{1}{2}\frac{8}{2}$

3376) 10609
$3\frac{481}{3376}$
l' $\frac{1}{7}$. è $482\frac{2}{7}$
al quale è molto vicino il 481. però esso 481. è eccedēte di molto.

Sia 3377) 10609
$3\frac{478}{3377}$
l' $\frac{1}{7}$ $482\frac{2}{7}$
li $\frac{1}{7}\frac{0}{1}$. sono $475\frac{4}{7}\frac{5}{1}$
al quale il 478. *(che dal $482\frac{2}{7}$. dista p $4\frac{3}{7}$.)* è superiore māco del bisogno, però sarà scarso, ma di poco, onde si può esaminare.

3377
10609
3141545750666 27. &c. è scarso di poco.
478 | 1711 | 2426
522 | 225
1545 | 2238
1942 | 2118
2535 | 918

$3\frac{1}{1}\frac{4}{4}\frac{7}{2}\frac{8}{7}$. è scarso molto propinquo.

Si piglia 401
401
160801
7
22) 1125607
$51163\frac{2}{2}\frac{1}{2}$

Sia 51165) 160801
$3\frac{7306}{51165}$
l' $\frac{1}{7}$. è $7309\frac{2}{7}$
li $\frac{1}{7}\frac{0}{1}$. sono $7206\frac{2}{7}\frac{4}{1}$
7306
l' $\frac{1}{7}$. è $7309\frac{2}{7}$

fra li $\frac{1}{7}\frac{0}{1}$. & l' $\frac{1}{7}$. in ogni 7. via 71. che fà 497. vi è differenza 1. nell'auuenimento *(che l' $\frac{1}{7}$. di 497. è 71. ma li $\frac{1}{7}\frac{0}{1}$. sono solo 70.)* però in ogni 1000. vi sarà differēza più di 2. onde in 51. milia, & 165. partitore, ò denominatore vi sarà differenza più di 2. via 51. cioè più di 102. Et ben si vede, che fra li dui auuenimēti $7206\frac{2}{7}\frac{4}{1}$. & $7309\frac{2}{7}$. vi è differenza alquanto più di 102. & quasi 103. onde in questo gran numero 160801. si hà gran campo di trouare denominatori propinqui, & scarsi, che nel 103. in circa, differenza detta, preso 38. che non arriua alli $\frac{1}{9}$. del 65. che rimane in esso 103. & giuntolo al termine scarso $7206\frac{2}{7}\frac{4}{1}$. ò 7206. *(lassando il rotto, del quale non occorre à tenere minuto conto)* fà 7244. quale fingeremo douere essere il restante del 160801. oltre il 3. intiero della diuisione, onde cauatolo da esso 160801. il rimanente 153557. partiremo per 3. & ne viene 51185. ò 51186. hor sia 51185. & questo pigliaremo per partitore, ò denominatore del rotto da giongere al 3. intiero, formando $3\frac{1}{1}\frac{1}{1}\frac{2}{1}\frac{4}{8}\frac{0}{5}$. & questo *(che deue essere molto propinquo al vero)* esaminaremo.

Sia

Sia $3\frac{7246}{51185}$) 160801

314156491 1595. &c. è scarso, ma molto propinquo al vero,

7246 466026585
8010 5935
33225 30465
25140 48725

51184
160801

$3\frac{\ }{5}\frac{7}{1}\frac{2}{1}\frac{4}{8}\frac{6}{5}$. è scarso, ma molto propinquo al vero; Però piglisi rotto alquanto più grande, cioè piglisi denominatore alquanto minore del 51185. & sia solo 51184. non variando il 160801. che però haueremo $3\frac{\ }{5}\frac{7}{1}\frac{2}{1}\frac{4}{8}\frac{6}{4}$. & questo esaminaremo.

314162628946. &c. E' eccedente, ma di poco, se bene questa eccedenza è alquanto più, che la scarsezza dell'antecedente $3\frac{\ }{5}\frac{7}{1}\frac{2}{1}\frac{4}{8}\frac{6}{5}$. onde fra questi dui se ne potrà pigliare vno, che sia più vicino alquanto al minore $\frac{\ }{5}\frac{7}{1}\frac{2}{1}\frac{4}{8}\frac{6}{5}$. che all'altro, che così egli sarà moltó propinquo al vero; & acciòche il numeratore della quantità in forma di rotto sia numero quadrato, si potrà pigliare numero quadrato quadruplo, ò nonuplo, ò in simile altra proportione quadrata al 160801. Ma lassando questo modo, pigliaremo hora per commodità il quadrato di numero facile maggiore del 401. & sia 3001.

7249 48448
8324 23824
13456 335040
32192
14816
45792

3001 2865600) 9006001 71) 28656000 5765. 9006001
3001 $3\frac{409201}{2865600}$ $403605\frac{4}{7}\frac{5}{1}$ 3 405767
9006001 409371 $\frac{1}{7}$ 2 8) 17295 3) 8600234
7 $403605\frac{4}{7}\frac{5}{1}$ 43 $2161\frac{7}{8}$ $2866744\frac{2}{3}$
63042007 5765. & 4 403605
$51521003\frac{1}{2}$ 45 405767

$2865545\frac{1}{3}\frac{7}{2}$. è poco, però piglisine vno maggiore d'alquanto à beneplacito, & sia 2865600.

più è la differenza, quale si troua fra la scarsa di $\frac{1}{7}\frac{0}{1}$. & la eccedente di $\frac{1}{7}$. & perche vedessimo già, che quando il $3\frac{1}{7}$. daua differenza al vero incognito circa à 126. allhora il $3\frac{1}{7}\frac{0}{1}$. daua di differenza pure al vero incognito circa à 75. & però la scarsa distare dalla eccedente circa à 75. più 126. cioè circa à 201. del quale 201. il 75. è circa li $\frac{3}{8}$. & il 126. è circa li $\frac{5}{8}$. si vede, che della differenza, che si troua nelle operationi fra la scarsa di $3\frac{1}{7}\frac{0}{1}$. alla eccedente di $3\frac{1}{7}$. pigliando li $\frac{3}{8}$. in circa, & giontoli al numero pertinente alla scarsa, ouero pigliando li $\frac{5}{8}$. in circa, & cauarili dal numero pertinente alla eccedente, il resultante sarà numero molto propinquo alla vera incognita, & esso poi si potrà esaminare al solito, per conoscere intieramente la qualità sua circa all'essere scarso, ò eccedente, & di quanto vicino al vero propinquamente, però hora della differenza 5765. in circa preso li $\frac{3}{8}$. che sono $2161\frac{7}{8}$. ma diciamo 2162. li giongeremo al 403605. & più numero scarso, & ne resulta 405767. quale si potrà ponere per restante del 9006001. oltre il 3. intiero dalla diuisione, onde cauatolo da esso 9006001. & il restante partito per 3. che ne viene $2866744\frac{2}{3}$. ma *(per commodità)* diremo 2866700. poiche in esso auuenimento sappiamo non essere se non propinquità largo modo, & questo 2866700. potremo adoprare per denominatore del rotto, accompagnando al 3. intiero, che così haueremo $3\frac{\ }{2}\frac{4}{8}\frac{0}{6}\frac{5}{6}\frac{9}{7}\frac{0}{0}\frac{1}{0}$. & lo esaminaremo per certificarci della sua qualità, & vedremo, che è scarso, ma di poco, per ilche pigliaremo per denominatore del rotto, ò diametro del cerchio il numero

$3\frac{405901}{2866700}$) 9006001

314159172567. &c.

4059 è scarso, ma di poco
4563
26295
4947
7361
19425
22248

2866699
9006001

314159282256. &c.

405904 449882
456614 1987715
2660915 è eccedente di poco
808859
2355192
618328

prossimo minore al 2866700. cioè 2866699. stando pure la circonferẽza 9006001. & haueremo $3\frac{\ }{2}\frac{4}{8}\frac{0}{6}\frac{5}{6}\frac{9}{6}\frac{0}{9}\frac{4}{9}$. quale esaminandolo, trouaremo mò, che egli è eccedẽte, ma di poco, & così haueremo stabiliti $3\frac{\ }{2}\frac{4}{8}\frac{0}{6}\frac{5}{6}\frac{9}{7}\frac{0}{0}\frac{1}{0}$. scarso, & $3\frac{\ }{2}\frac{4}{8}\frac{0}{6}\frac{5}{6}\frac{9}{6}\frac{0}{9}\frac{4}{9}$. ecced. ma ambidui molto propinqui al vero incognito.

Ma non voglio tacere all'amoreuole, & grato Studente il modo sicuro da trouare il propinquo denominatore del rotto, senza molti esperimenti di numeri, & è questo. Volendo noi, che il denominatore della proportione, che si assegni hauere la circonferenza al diametro, ridutto à forma di rotto, habbi per numeratore il numero quadrato 9006001. questo sarà come numero attribuito alla circonferenza del cerchio, & il denominatore del rotto, che cerchiamo sarà quel numero, che deue conuenire al diametro, rispetto ad essa circonfereza, onde sapendo noi, che quando il diametro è 100. trilioni, la circonferenza è 314159265358979323846. & più, ma non arriua à 7. Et conuersamente, che quando la circonferenza è 314159265359.& alquanto manco, il diametro all'hora è 100. milia duilioni, potremo espedientemente dire, Se 314159265359. in circa *(& manco)* circonferenza, hà di diametro 100. milia duilioni, la circonfereza 9006001. precise, che darà di diametro? & operando, si vedrà, ch'ella per diametro daria 2866699. & più, & questo sarà il numero, ò denominatore del rotto cercato, con il quale partendo il nostro numero quadrato 9006001; l'auuenimento $3\frac{405904}{2866699}$. sarà il denominatore molto propinquo della proportione, che hà la circonferenza al diametro del suo cerchio. Et di più si conoscerà esso denominatore della proportione detta essere alquanto eccedête, perche douendo il 2866699. come si vede per il calcolo, essere alquanto maggiore, cioè circa à 2866689 $\frac{1}{7}$. & anco più *(& tanto maggiormête, che essendo il 314159265359. che si adopra à partire, alquanto maggiore del douere, ne segue, che l'auuenimento trouato con esso, cioè il $2866699\frac{48154620059}{314159265359}$. &c. sia poi conuersamente alquanto minore del douere, cioè che quando il partitore 314159. &c. fusse ridotto à precisione, allhora il 286. &c. che si trouasse, saria anco maggiore del trouato)* si vede, che con il precise *(quando si trouasse)* partito il 9006001. l'auuenimento, ò denominatore della proportione precise saria poi conuersamente alquanto minore; perilche esso $3\frac{405904}{2866699}$. è maggiore del precise incognito, & però eccede il vero, Dal che si scorge ancora, che accrescendo d'vna vnità il 2866699. cioè riducendolo à 2866700. allhora con esso partito il 9006001. la quantità, che ne verrà *(& sarà di necessità minore del $3\frac{405904}{2866699}$.)* cioè il $3\frac{405901}{2866700}$. verrà ad essere anco minore della precise incognita, & però esso $3\frac{405901}{2866700}$. sarà scarso.

314159265359)	100000000000
	9006001
	900600100000000000
	2866699
	2722815692820
	2095415699480
	2104601073260
	2196454811060
	3114992189060
	2875588008290
	48154620059

Hora notisi, che non solo in ogni numero P, non quadrato, quale preso per denominatore propinquo della proportione della circonferenza del cerchio al suo diametro, ridotto à forma di rotto, habbi il numeratore N, che sia numero quadrato, auuerrà, che quando il diametro si pona vn numero di ℞ quadra, quale al denominatore D, non quadrato, habbi proportione, come da numero quadrato à numero quadrato, allhora il lato del quadrato, che fusse eguale al cerchio sarà numero rationale, ma ancora quando di esso numero P, non quadrato, ridotto à forma di rotto, non il numeratore N, ma il denominatore D, sia numero quadrato, auuerrà pure, che quando il diametro del cerchio si pona vn numero di ℞ quadra, quale al numerarore N, non quadrato habbi proportione come da numero quadrato à numero quadrato, allhora il lato del quadrato, che fusse eguale al cerchio sarà pure numero rationale, Che per esempio pigliãdosi il numero P $3\frac{5}{36}$. per denominatore propinquo *(& è scarso, perche è minore di $3\frac{10}{71}$. che è $3\frac{9\frac{31}{36}}{71}$.)* quale ridotto à forma di rotto è $\frac{113}{36}$. & hà solo il denominatore D 36. numero quadrato, sempre che poneremo il diametro del cerchio essere vn numero di ℞ quadra, quale al numeratore N, nõ quadrato 113. habbi proportione come da numero quadrato à numero quadrato, & potrà essere $28\frac{1}{4}$. ouero $4\frac{1}{2}\frac{1}{4}$. ò 113. ò 452. ò 1017. &c. allhora il lato del quadrato, che fusse eguale al cerchio sarà numero rationale, Che posto esso diametro poniamo ℞ 452. *(che il 452. al 113. numeratore N, hà proportione quadrata, cioè come da 4. ad 1. & però deriua da moltiplicare 113 N, per 4. numero quadrato)* Per trouare la circonferenza, moltiplicaremo esso diametro ℞ 452. via $\frac{113}{36}$. cioè per ℞ $\frac{12769}{1296}$. & produrrà ℞ $\frac{12769.\ \text{via}\ 452}{1296.\ \text{via}\ 36}$. che sarà la circonferêza, quale moltiplicãdola con il diametro ℞ 452. il prodotto sarà ℞ $\frac{12769.\ \text{via}\ 204304}{1296.\ \text{via}\ 36}$. che si potrà ridurre à numero rationale, qual numero rationale di più sarà quadrato *(cioè il numero della ℞ di detto prodotto della circonferenza nel diametro è numero quadro quadrato)* perche delli dui producenti il numeratore, il 12769. è numero quadrato, quale hà per ℞, ò lato 113.

& il

P $3\frac{5}{36}$, cioè $\frac{113\ N}{36\ D}$ Diametro ℞ 452

cioè ℞ $\frac{113.\ via\ 113}{36.\ via\ 36}$. Cioè ℞ $\frac{113.\ via\ 4}{1}$

Circonferenza ℞ $\frac{113.\ via\ 113.\ via\ 113.\ via\ 4}{36.\ via\ 36}$

moltiplicata via il diametro ℞ $\frac{113.\ via\ 4}{1}$

fà ℞ $\frac{113.\ via\ 113.\ via\ 113.\ via\ 4.\ via\ 113.\ via\ 4}{36.\ via\ 36.\ via\ 1}$

Cioè ℞ $\frac{113.\ via\ 113.\ via\ 113.\ via\ 113.\ via\ 4.\ via\ 4}{36.\ via\ 36}$

Che è $\frac{113.\ via\ 113.\ via\ 4}{36}$. Et chiamisi R, Et è numero quadrato, perche il numeratore è numero quadrato, essendo che il dutto di 113. via 113. è quadrato, quale moltiplicato via 4. numero quadrato, produce numero quadrato. Et anco il denominatore 36. è dal supposito numero quadrato, essendo egli sempre il D, denominatore del $\frac{113}{36}$. P, preso, Et la ℞ di tale numero R, in forma di rotto è $\frac{113.\ via\ 2}{6}$ cioè $\frac{226}{6}$. cioè $37\frac{2}{3}$. Et questo $37\frac{2}{3}$. è il lato del quadrato, che fusse eguale à quel cerchio, che saria quadruplo al cerchio, quale hauesse per diametro detto ℞ 452 perilche il lato del quadrato, che solamẽte sia eguale à detto cerchio di ℞ 452. di diametro, sarà la mità di questo $37\frac{2}{3}$. cioè sarà $18\frac{5}{6}$.

& il 204304. è anco egli quadrato, che hà per ℞, ò lato 452. onde la ℞ d'esso numeratore sarà il dutto di 113. via 452. cioè 51076. Et delli dui producenti il denominatore, che sono 36. & 36. ciascuno d'essi è numero quadrato, dal supposito, che è il 36 D, denominatore del $\frac{113}{36}$ P, onde la ℞ d'esso denominatore sarà il dutto di 6. via 6. ò vogliamo dire è l'istesso 36 D, numero quadrato, però la ℞ del $\frac{12769\ via\ 204304}{36.\ via\ 36}$. sarà $\frac{113.\ via\ 452}{36}$. Onde il dutto del diametro ℞ 452. nella sua circonferenza sarà $\frac{113.\ via\ 452}{36}$. cioè $\frac{51076}{36}$. che è $1418\frac{7}{9}$. il che è il quadruplo della grandezza del cerchio. Questo $1418\frac{7}{9}$. cioè $\frac{51076}{36}$. è anco egli quadrato *(perche del numeratore 51076. li dui producenti 113. & 452. dal supposito, ò cõstruttione hanno fra loro proportione come da numero quadrato à numero quadrato, che il 113. è il numero della ℞, che è diametro del cerchio (quale al 113 D, deue hauere proportione quadrata) perilche il loro prodotto 51076. detto di necessità è numero quadrato. Et ancora il denominatore 36. dal supposito è numero quadrato, perche è il denominatore D, del P* $\frac{113}{36}$*)* & la sua ℞ è $\frac{226}{6}$, cioè $37\frac{2}{3}$. il che è il lato del quadrato quadruplo al cerchio, però la mità di questo $37\frac{2}{3}$. numero rationale, che è il lato del quadrato eguale al cerchio, & è $18\frac{5}{6}$. sarà similmẽte numero rationale, & così è chiaro, che essendo il diametro ℞ 452. quantità irrationale, perche il 452. numero d'essa ℞ al 113 N, numeratore del $\frac{113}{36}$ P, hà proportione come da numero quadrato à numero quadrato, ne segue, che il lato del quadrato, che fusse eguale al cerchio, stante la proportione detta della circonferenza al diametro di $3\frac{5}{36}$. sarà numero rationale, come si volea mostrare.

Hora potremo andare esaminando delli numeri misti, che non essendo quadrati, habbino il denominatore del rotto loro quadrato, & che essi numeri misti siano fra i limiti $3\frac{1}{7}$. & $3\frac{10}{71}$. acciò possino seruire per denominatori propinqui al vero incognito della proportione, che hà la circonferenza del cerchio al suo diametro, Et però pigliando $3\frac{24}{169}$. egli è fra $3\frac{1}{7}$. & $3\frac{10}{71}$. che sono $3\frac{24\frac{1}{7}}{169}$. & $3\frac{24\frac{5}{70}}{169}$. ma perche egli si auicina più al $3\frac{1}{7}$. eccedẽte, si vede, che anco egli è eccedente, & poco più propinquo al vero, però ne cercaremo de gl'altri.

$3\frac{32}{225}$. è fra $3\frac{1}{7}$. & $3\frac{10}{71}$. che sono $3\frac{32\frac{1}{7}}{225}$. & $3\frac{31\frac{49}{71}}{225}$. ma perche si auicina più al $3\frac{1}{7}$. è eccedente, & anco, perche è maggiore del sopradetto $3\frac{24}{169}$. si vede, che è più eccedente, & però manco propinquo al vero incognito, che non è detto $3\frac{24}{169}$.

$3\frac{41}{289}$. è fra $3\frac{1}{7}$. & $3\frac{10}{71}$. che sono $3\frac{41\frac{2}{7}}{289}$. & $3\frac{40\frac{50}{71}}{289}$. ma perche si auicina alquanto più al $3\frac{1}{7}$. che il $3\frac{10}{71}$. è eccedente, è nondimeno molto propinquo al vero incognito, poiche posto il diametro del cerchio 100. trilioni, la circonferenza saria 314. trilioni,

289) 9082

17. 17 534117647058823529411764

3141868512110726643599

38685 12 duilioni, 211071. millioni, 664349. & alquanto più.

$3\frac{5\ 8\ 1}{3\ 6\ 1}$. è fra $3\frac{1}{7}$. & $3\frac{1}{7}\frac{0}{1}$. che sono $3\frac{51\frac{1}{7}}{361}$. & $3\frac{50\frac{6}{7}\frac{0}{1}}{361}$. & si conosce essere scarso, perche la vicinanza, che egli hà al $3\frac{1}{7}\frac{0}{1}$. è di $\frac{\frac{1}{7}}{361}$. solamẽte, che è min. delli $\frac{1}{6}$. di $\frac{\frac{1}{7}}{361}$. in che egli si allontana dal $3\frac{1}{7}$. & esaminandolo, si vedè, che è molto propinquo al vero, perche posto il diametro 100. trilioni, la circonferenza saria 3141274238227146881440. & alquanto più.

361) 1134
19. 19 5968421052631578947368 $\frac{8}{6}$
3141274238227146881440

$3\frac{4\ 0\ 0}{}$. è eccedẽte, se bene è fra $3\frac{1}{7}$. & $3\frac{1}{7}\frac{0}{1}$. perche è minore di $3\frac{1}{7}$. cioè di $3\frac{57\frac{1}{7}}{400}$. in $\frac{\frac{1}{7}}{400}$. solamente.

$3\frac{7\ 2\ 5}{}$. è fra $3\frac{1}{7}$. & $3\frac{1}{7}\frac{0}{1}$. che sono $3\frac{75\frac{4}{7}}{529}$. & $3\frac{74\frac{3}{7}\frac{0}{1}}{529}$. & sarà eccedẽte, che posto il diametro 100. trilioni, la circonferenza saria 3141776937618110073722. & alquãto più.

529) 1662
23. 23 7226086956521652169565 $\frac{2}{2}\frac{5}{4}$
3141776937618110073722

$3\frac{8\ 9}{6\ 2\ 5}$. è fra i limiti $3\frac{1}{7}$. & $3\frac{1}{7}\frac{0}{1}$. ma è eccedente, che si allontana solo $\frac{\frac{2}{7}}{625}$. da $3\frac{1}{7}$.

$3\frac{1\ 0\ 4}{7\ 2\ 4}$. è fra $3\frac{1}{7}$. & $3\frac{1}{7}\frac{0}{1}$. ma è eccedente.

$3\frac{1\ 0\ 3}{7\ 2\ 9}$. anco egli è fra $3\frac{1}{7}$. & $3\frac{1}{7}\frac{0}{1}$. ma è scarso, che posto il diametro 100. trilioni, la circonferenza saria solo 3141289437585 83. &c.

729) 2290
9.9.9 254444444444444 14
2827160493827160
3141289437585 73

$3\frac{1\ 1\ 1}{7\ 8\ 4}$. è fra $3\frac{1}{7}$. & $\frac{1}{7}\frac{0}{1}$. che sono $3\frac{1\ 1\ 1}{7\ 8\ 4}$. & $3\frac{110\frac{1}{7}\frac{0}{1}}{784}$. & è scarso, ma molto propinquo, poiche posto il diametro 100. trilioni, la circonferenza saria 314. trilioni, 158163. duilioni, & piu.

784) 2463
7.7.16 3518571428571428571
5026530612244897958
3141581632653061 2

$3\frac{1\ 1\ 9}{8\ 4\ 1}$. è fra $3\frac{1}{7}$. & $3\frac{1}{7}\frac{0}{1}$. che sono $3\frac{120\frac{1}{7}}{841}$. & $3\frac{118\frac{3}{7}\frac{2}{1}}{841}$. & è scarso, che posto il diametro 100. trilioni, la circonferenza saria solo 314149821 64. &c.

841) 2642
29. 29 9110344827586206896551 7
31414982164090368608 79

$3\frac{1\ 2\ 7}{9\ 0\ 0}$. è fra $3\frac{1}{7}$. & $3\frac{1}{7}\frac{0}{1}$. che sono $3\frac{128\frac{4}{7}}{900}$. & $3\frac{126\frac{5}{7}\frac{4}{1}}{900}$. ma è scarso.

$3\frac{1\ 3\ 6}{9\ 6\ 1}$. è fra $3\frac{1}{7}$. & $3\frac{1}{7}\frac{0}{1}$. che sono $3\frac{137\frac{1}{7}}{961}$. & $3\frac{135\frac{3}{7}\frac{6}{1}}{961}$. & è scarso, che posto il diametro 100. trilioni, la circonferenza è solo 3141519250780 43. &c.

961) 3019
31. 31 9738709677419354838709
3141519250780437 04474

$3\frac{1\ 0\ 2\ 5}{1\ 0\ 2\ 4}$. è fra i limiti detti, che sono $3\frac{146\frac{2}{7}}{1024}$. & $3\frac{144\frac{1}{7}\frac{6}{1}}{1024}$. & è eccedente molto propinquo al vero, che posto il diametro 100. trilioni, la circonf. saria 31416015625000000000. cioè 314. trilioni, 160. milia, & 156. duilioni, & 250. milia millioni.

1024) 3217
403125
50265625
314160156 25

$3\frac{1\ 7\ 3}{1\ 2\ 2\ 5}$. è fra i limiti, ma è scarso.

$3\frac{1\ 7\ 6}{1\ 2\ 2\ 5}$. è fra i limiti, ma è eccedente.

$3\frac{1\ 9\ 4}{1\ 3\ 6\ 9}$. è fra i limiti, & è eccedente.

$3\frac{2\ 0\ 5}{1\ 4\ 4\ 4}$. è fra i limiti, & è eccedente.

$3\frac{2\ 1\ 5}{1\ 5\ 2\ 1}$. è fra i limiti, che i loro rotti hanno per numeratore $217\frac{1}{7}$. & $214\frac{1}{7}\frac{9}{1}$. ma perche è molto vicino al termine, ò limite scarso, è scarso.

$3\frac{2\ 2\ 7}{1\ 6\ 0\ 0}$. è fra i numeratori $228\frac{4}{7}$. & $225\frac{2}{7}\frac{5}{1}$. ma è eccedente, che posto il diametro 1000000. la circonferenza saria 3141875.

1600) 5027
3141875

$3\frac{2\ 3\ 8}{1\ 6\ 8\ 1}$.

$3\frac{238}{1681}$. è fra i numeratori $240\frac{1}{7}$. & $236\frac{54}{71}$. & è scarso, ma molto propinquo al vero, che posto il diametro 100. trilioni, la circonferenza saria 314158239143367043426. & alquanto più.

1681) 5281
41.41 1288048780487804878048 7$\frac{73}{41}$
314158239143397043426

$3\frac{262}{1849}$. è fra i numeratori $264\frac{1}{7}$. & $260\frac{54}{71}$. & è eccedente, che posto il diametro 100. trilioni, la circōferēza saria 314169821. &c.

1849) 5809
314169821525148729042
262 398 1614 79
314 282 1348 504
1816 465 537
1519 275 1672

$3\frac{287}{2025}$. è fra i numeratori $289\frac{2}{7}$. & $285\frac{15}{71}$. & esaminandolo, si vede essere eccedente, che posto il diametro 100. trilioni, la circonferenza saria 3141728395. &c.

2025) 6362
25.81 25448
9.9 2827555555555555555555$\frac{5}{9}$
31417283950617283906$\frac{14}{81}$

$3\frac{413}{2916}$. è fra i numeratori $416\frac{4}{7}$. & $410\frac{50}{71}$. & è eccedente, che posto il diametro 100. trilioni, la circonferenza saria 314163237311385459533$\frac{443}{729}$. nondimeno è molto propinquo al vero.

2916) 9161
4.9.9.9 219025
25447222222222222222222$\frac{2}{9}$
28274691358024691358 02$\frac{18}{81}$
314163237311385459533$\frac{443}{729}$

Ma notisi, che in questi numeri presi per denominatori propinqui della proportione, che hà la circonferēza al diametro, & che sono eccedēti, come è hora il $3\frac{413}{2916}$. potiamo vsare vn'artificio per trouarne, mediante essi delli più propinqui, & è, che si moltiplichino il numeratore, & anco il denominatore del rotto per vn numero quadrato, formādo vn nuouo rotto R, che habbi il denominatore E, quadrato, & dal suo numeratore V, si caui vna vnità, ò più, secondo che importa, ò comporta la grandezza d'esso V, & che il rimanente M, che hà pure ad essere numeratore, sia incommunicante al suo istesso denominatore, acciò il rotto, che si formarà sia inschisabile, che così esso rotto minore del primo giunto al 3. intiero, farà numero manco eccedente *(se però sarà ancora eccedente, che quando nel formare il numeratore M, si fusse leuato molto dall'V, potria forsi passarsi dall'eccedenza alla scarsezza)* onde nel rotto $\frac{413}{2916}$. moltiplicando il numeratore 413. & anco il denominatore 2916. poniamo per 16. numero quadrato, se ne formarà il nuouo rotto R $\frac{6608}{46656}$. dal numeratore 6608. del quale leuādo vna vnità, il restante 6607. che è incommunicante al denominatore quadrato 46656. si pigliarà per numeratore M, essendo denominatore l'istesso denominatore 46656. & haueremo per nuouo rotto $\frac{6607}{46656}$. quale giunto al 3. intiero, fà $3\frac{6607}{46656}$. & questo esaminandolo, trouaremo anco egli essere eccedente, che posto il diametro 100. trilioni, la circonferenza saria 31416109. &c.

46656) 146575
8 18321875
8 2290234375
9 254470486111111111111111$\frac{1}{9}$
9 2827449845679012345679$\frac{1}{81}$
9 31416109396433470507 5$\frac{115}{729}$

Et se à leuare anco vna vnità al numeratore 6607. il rimanente 6606. fusse incommunicante al denominatore 46656. come nou è *(essendo ambidui numeri pari, & anco diuisibili per 3. per 6. & per 9.)* haueressimo potuto poi esaminare la qualità sua; Ma potremo, seruendoci pure del $\frac{413}{2916}$. molriplicare i suoi nnmeratore, & denominatore per vn numero quadrato più picolo, & sia 4. formando $\frac{1652}{11664}$. & hora leuato vna vnità *(che è $\frac{1}{11664}$.)* dal numeratore 1652. il rimanente 1651. che è incommunicante al denominatore quadrato 11664. si potrà ponere per numeratore, formādo $\frac{1651}{11664}$. che è rotto più piccolo del $\frac{6607}{46656}$. *(perche à questo manca solo $\frac{1}{46656}$ per arriuare à $\frac{413}{2916}$. & à quello gli manca $\frac{1}{11664}$. particella, ò rotto molto maggiore, poiche è quadruplo all' $\frac{1}{46656}$.)* & così haueremo $3\frac{1651}{11664}$. quale esaminandolo, trouaremo, che è scarso, perche posto il diametro 100. &c. la circonferenza saria solo 3141546639. &c.

11664) 36643
16 22901875
9 254465277777
9 28273919753
9 3141546639

Ma dal 6607. del rotto $\frac{6607}{46656}$. leuandone 2. che il rimanente 6605. sarà incommunicante al suo denominatore quadrato, & formaremo $\frac{6605}{46656}$. rotto maggiore in $\frac{1}{46656}$. del $\frac{1651}{11664}$. & così si hauerà $3\frac{6605}{46656}$. esaminandolo, lo trouaremo

remo

46656)	146573
8.8	18321625
9	2290203125
9	254467013888888
9	28274112654321
	31415680727

remo ancor lui scarso (*se bene è più propinquo al vero del 3 [illegible]*) che posto il diametro 100. &c. la circonferenza saria 31415680727. &c. Il che tutto si è auertito, acciò lo Studente tanto maggiormente acquisti accortezza, & intelligenza.

Et questo artificio si potrà anco vsare nelli numeri, che mostrassero la proportione scarsa, con l'aggiungere vna, ò più vnità alli numeratori, operando al modo sopradetto, per deriuarne delli meno scarsi, &c. Che per esempio hauēdo veduto di sopra, che $3\frac{238}{1681}$. è scarso, se bene molto propinquo, noi moltiplicando i dui numeri, che formano il suo rotto per vn numero quadraro, poniamo per 100. che se ne forma $\frac{23800}{168100}$. potremo al numeratore 23800. giongere vna, ò più vnità, ma sia per hora vna sola, & haueremo poi (*con il 3. intiero di più*) $3\frac{23801}{168100}$. che è alquanto maggiore del $3\frac{238}{1681}$. & esaminandolo, vedremo, che anco egli è scarso (*se bene è molto più propinquo del* $3\frac{238}{1681}$.) perche posto il diametro 100. trilioni, la circonferenza saria 314158834027340273646. & alquanto più.

168100)	528101
41.41	12880512195121951219 91219
100	31415883402734027364664

168100)	528103
41.41	1288056097560975609756097
100	31416002379535988042831

Et hora se volessimo (*poiche* $\frac{23802}{168100}$. *è schifabile, & però non è buono*) potressimo pigliare $\frac{23803}{168100}$. & esaminādolo (*hauendolo giunto al 3. intiero*) vedressimo, che esso $3\frac{23803}{168100}$. è eccedente, ma molto propinquo al vero incognito, che posto il diametro 100. trilioni, la circonferenza saria 314160023795359880428. & alquanto più.

$3\frac{313}{2209}$. è fra i numeratori $315\frac{4}{7}$. & $311\frac{0}{7}$. ma sarà eccēdente.

$3\frac{340}{2401}$. è fra i numeratori 343. & $338\frac{1}{7}$. & per l'esamine posto il diametro 100. trilioni, la circonferenza saria 314160766347355267638. & più, perilche si vede, che è eccedente.

2401)	7543
7.343	107757142857142857142857
7.49	15393877551020408163265
7.7	2199125364431486880466
	314160766347355267638

In questo $3\frac{340}{2401}$. eccedente propinquo, moltiplicādo il numeratore, & denominatore del rotto per 25. numero quadrato, egli si riduce à $\frac{8500}{60025}$. & dal numeratore 8500. leuato 1. resta 8499. & si forma.

$3\frac{8499}{60025}$. quale esaminandolo, si vede essere scarso, ma molto propinquo al vero, poiche posto il diametro 100. trilioni, la circonferenza saria 314159100374943815077. & alquanto più.

60025)	188574
25.7	754296
7	1077565714285714285714 28
7	153937959183673469387 75
7	21991137026239067055 39
	314159100374943815077

$3\frac{460}{3249}$. è scarso, ma propinquo al vero, come si vede dal suo esamine, che posto il diametro 100. trilioni, la circonferenza saria 314158202523853493338257. & alquanto più.

3249)	10207
19.171	5372105263157894736842105
9.19	596900584795321637426900
	314158202523853493338257

Et se moltiplicando il numeratore, & il denominatore del rotto per 100. & poi giongere 1. al numeratore, ne formaremo

$3\frac{46001}{324900}$. questo si vedrà essere manco scarso, che la circonferenza saria 31415851031139 1197. & alquanto più.

324900)	1020701
9.19.19	11341122222222222222
100	5969015695906432748
	3141585103113911 97

Et se in vece del 100. si adoprasse 25. à moltiplicare, giongendo pure 1. al numeratore, & formando

$3\frac{11501}{81225}$. questo esaminandolò, vedremo, che è eccedente, ma molto propinquo al vero, che la circonferenza saria 314159433. &c.

81225) 255176
25.9 1020704
19 1134115555555555
19 596902923966660
3141594334718

Et se in vece del 25. si adoprasse numero quadrato alquanto maggiore nella moltiplicatione delli 460. & 3249. & sia 36. giongẽdo pure 1. al prodotto del numerat. 460. & formãdone

$3\frac{16561}{116964}$. esaminando questo, vedremo, che egli è scarso, ma molto propinquo al vero, poiche la circonferenza saria 314159057487774. &c.

116964) 367453
18. 18 20414055555555555
19 113411419753086419
19 596902209226767706
314159057487774

Ma questi calcoli si riuegghino da Aritmetici di libera, & fresca memoria, perche è facil cosa, che ve ne possino essere de gli errati, essendo fatti in tempo di graui infermità, in età debole, & con memoria stracca, & occupatissima, & si sono posti più presto per essempij delli modi detti à gli Studenti principianti, che perche si pensi essi essere intieramente liberi da errori.

$3\frac{562}{3969}$. è eccedente, ma molto propinquo al vero, che la circonferenza saria 314159737969261. &c.

3969) 12469
13854444444444444444
1539382716049382716
219911816578483245
314159737969261 77

$3\frac{22768}{160801}$. è scarso, ma molto propinquo al vero, che posto il diametro 100. trilioni, la circonferenza saria 314159115925895983233. & alquãto più.

160801) 505171
314159115925895983233
22768 148885 5810563277
25586 41641|133841
146585 144075|52002
18641 154342|37617
95289 95211|54568

$3\frac{1275183}{9006001}$. è scarso molto propinquo al vero, che posto il diametro 100. trilioni, la circonferenza saria 314. trilioni, 159258. duilioni, 920801. millioni, & 807594. & alquanto più, il che di poco è inferiore al termine 31415926535897. &c.

9006001
28293186
314159258920801807594
1275183 1873411 4265241
1434286 722108
8338585 162792
2331841 683982
8034075 5356193
8292742 8531925

Onde noi seruẽdoci dell'istesso denominatore 9006001. del rotto, accompagnandoui dui zeri, ò 4. zeri, ò 6. zeri, ò 8. zeri, &c. secondo che accaderà, cioè vn numero paro di zeri, accioche il numero così moltiplice à detto 9006001. sia similmente quadrato, potremo trouare delli rotti *(da accompagnare al 3. intiero)* più propinqui, & si farà così. Veggasi di quanto scarseggia l'adoprato, cauando 3141592589208018. &c. da 3141592653589793. &c. termine noto stabilito, & resta 64381775. &c. cioè 6. duilioni, 438177. millioni, &c. & questo si moltiplichi con il denominatore 9006001. partitore, auuertẽdo, che la prima figura destra d'esso 9006001. cioè l'1. sia sotto alla prima figura sinistra 6. del moltiplicando, & basta fare la moltiplicatione con le figure delle parti sinistre *(poiche attendiamo per hora solo ad vna propinquità facile, non ci astringendo à molta esatezza)* auuertendo sopra al tutto ad osseruare diligentemente i luoghi conuenienti alle figure, rispetto à tutte esse operationi fra loro, come si vede in margine, & sia, che si formi per prodotto 57942.

314159265358979323847
314159258920801807594
6438177516253
9006001
54
36
27
72
57942
28293186
2829318657942. &c. ma diciamo.

quale

quale rispetto al suo luogo, che il 5. sinistro viene à corrispondere all'1. del 314. trilioni, &c. significarà 57. trilioni, & 942. milia duilioni, & questo sarà vn numero, se bene scarso *(poiche la moltiplicatione sopradetta si è fatta largo modo, cioè tenendo conto solo delle figure più importanti)* da giungere al 28293186000000. &c. già partito, acciò ne deriui somma da partire meno scarsa, & però più propinqua della detta, Ma in questa aggiuntione, ò sommatione auuertasi bene di scriuere il 28293186. *(che non occorre à scriuere i zeri intesiui dalla banda destra)* al suo luogo conueniente, cioè in modo, che il 6. prima figura destra sia rincontro al 3. del 314. trilioni, &c. auuenimento come si vede occorrere, ò essere nella partitione superiore, & così si hauerà per somma 2829318657942. che cõtiene 5. figure di più, che non hauea il 28293186. ma bisogna hauerne, oltre ad esso 28293186. primiero, pertinente al 9006001. altre in numero paro, cioè, ò due, ò 4. ò 6. &c. perche similmente, ò dui zeri, ò 4. zeri, ò 6. zeri, &c si doueranno aggiungere, ò vogliamo dire accompagnare al 9006001. à man destra, acciòche il composto sia sempre numero quadrato, onde potremo pigliare le sole 4. prime, ò sinistre del 57942. che sono 5794. ma perche il composto, che saria 282931865794 deue essere numero incommunicante al partitore quadrato, che è in vece di diametro, & hora sarà il 9006001. con 4. zeri di più, cioè 90060010000. *(per rispetto delle 4. figure destre accompagnate al 28293186. per formarne il numero da partire, che è in vece di circonferenza)* potremo mutare il 4. destro in 3. & haueremo 282931865793. quale sarà incommunicante al 90060010000. numero paro, & diuisibile in particolare per 5. la qual qualità non hà il 282931865793. che è dispa-ro, & non termina à man destra in 5. & però non è diuisibile per 5. è ben vero, che haueressimo più propinquità, ò manco scarsità in accrescere esso 4 poiche il 5794. è scarso, ma se lo facessimo essere 5. egli saria diuisibile per 5. & però communicante al 90060010000. il che non vogliamo; Et se lo riducessimo à 6. saria numero paro, & però communicante pure al 90060010000. lo potressimo bene fare essere 7. quando non pensassimo poi, che fusse troppo, cioè che 282931865797. fusse circonferenza eccedente, ponendosi il diametro 90060010000. hor sia, che si pona, ò facci essere il 3. detto, & così si formarà $\frac{2}{}\frac{8}{9}\frac{2}{0}\frac{9}{0}\frac{3}{6}\frac{1}{0}\frac{8}{0}\frac{6}{1}\frac{5}{0}\frac{7}{0}\frac{9}{0}\frac{3}{0}$. *(cioè* $3\frac{1}{9}\frac{2}{0}\frac{7}{0}\frac{5}{0}\frac{1}{0}\frac{8}{0}\frac{3}{1}\frac{5}{0}\frac{7}{0}\frac{9}{0}\frac{3}{0}$.*)* per denominatore propinquo scarso della proportione, che hà la circonferenza al diametro del suo cerchio, quale esaminandolo particolarmente, vedremo, che posto il diametro 100. trilioni, la circonferenza saria 314159265353179507752. & alquanto più; Et volendo anco trouare denominatore più propinquo, lo potremo fare con il modo medesmo adoprato di sopra, cioè cauaremo questo numero scarso 314159. &c. trouato dal termine noto stabilito, & restarà 5799816095. che è la totale scarsità in circa, quale moltiplicaremo per il partitore, ò diametro, dal quale ella deriua, cioè per 90060010000. auuertendo *(come anco si auuertì di sopra)* che la prima figura destra del diametro, ò moltiplicante sia sotto al 5. prima figura sinistra del moltiplicando, & anco per breuità potremo fingere, che il 7. seguente douenti 8. essendo l'altre figure seguenti 998. molto grandi, & così adoprando solo 58. nel moltiplicarlo con il solo 9. sinistro del moltiplicante, con l'ordine nelle figure, che si vede in margine, se ne produrrà il 522. che si hà da giungere al 282931865793. primiero, ma con quell'ordine, che si vede in margine, cioè che il 3. prima figura destra del 282. &c. sia sotto al 3. prima figura sinistra del 314. &c. come anco auuiene nella partitione già fatta, & trouata la somma haueremo 28293186579822. quale hà le due figure destre 22. di più del superiore, & però è aggiunta à proposito, perche ancora similmente dui zeri si potranno accompagnare da man destra al superiore partitore, ò diametro quadrato, & pure il composto 9006001000000. sarà quadrato, ma perche il 282. &c. terminaria à man destra in 2. numero paro, & però non saria incommunicante al nuouo diametro, ò partitore, mutaremo il 2. destro in 3. ouero 1. & sia 1. *(che forsi 3. saria numero eccedente, hauendo di già anco accresciuto il 57. nel moltiplicare, & suppostolo 58.)* & così haueremo 28293186579821. per numero della circonferenza, quãdo il diametro si pona 9006001000000. *(& hora vediamo, che il 4. destro del 5794. della passata anteriore operatione, che si trasmutò in 3. non potendosi trasmutare in 5. ne in 6. & pensando, che in 7. facesse forsi eccedere, vediamo dico essere trasmutato in 8. che è l'8. del 579821. parte destra della circonferenza, ò numero vltimamente formato, & pertiò conosciamo, che se il 4. si fusse trasmutato allhora in 7. il composto saria pure anco stato scarso)* ponendo mò il diametro 100. trilioni, vedremo, che stante il

```
90060010000 ) 282931865793
                         3
      314159265353179507752
   127518357  2863465
    143434393  7160469
     8344378  8562683
      2389771  4572821
       4821074  698205
        3180735  6778493
         4789347  4742923
                  2399225
```

presente

presente [illegible]. cioè 3 [illegible]. la circonferenza saria 3141592653589645393 11. che è pure alquanto scarsa, Et perciò se vorremo più approssimarci al vero, vedremo nel modo medesmo di sopra adoprato quanto sia la scarsezza dal termine noto stabilito 314. trilioni, &c. & è 14. millioni, & 784536. in circa, qual numero anco tutto intieramente, per sbrigarci, potremo moltiplicare per il diametro, ò partitore adoprato con l'ordine già auertito, & che si vede osseruato in margine, & il prodotto si giongerà con il suo ordine al 2829. &c. primiero, & del totale composto bastarà à tener conto delle 8. figure, che subito seguitano alle 14. del 2829. &c. contenendo le altre 000536. numero di poco momento, & perche restarà vn 6. per termine destro, che non è à proposito, poiche è numero paro, come non saria ne anco à proposito ne 5. ne 4. di lui minore, oltre che ne resultaria ogni volta maggior scarsezza, esso 6. lo potremo trasmutare in 7. poiche se bene ne resultasse eccedenza, ella non potrà essere se non exigua, ò di poco momento, & così gionto ancora, ò accompagnato otto zeri al diametro superiore, concluderemo, che il diametro sia 900600100000000000000. & la circonferenza 28293186579822331 49547. cioè che il denominatore della proportione propinqua al vero incognito della circonferenza al diametro sia 3 [illegible]. quale esaminandolo al solito, trouaremo, che posto il diametro 100. trilioni, la circonferenza saria 314. trilioni, 159265. duilioni, 358979. millioni, & 323847. & alquanto più, quale conosciamo essere eccedente, ma non in cosa di momento, poiche anco non arriua ad eccedere in vna vnità (*anzi ne anco in ½. d'vnità*) il termine eccedente noto, stabilito con molta diligenza, & propinquità.

3141592653589793 23847
3141592653531795077 52
5799816095
90060010000
522
2828318657 93
900600 1000000) 2829318657982 1
3
3141592653589645393 11
127518357 8686642
143434398 4812411
83443832 4088104
23898231 4857036
5886229 3540355
4826284 8385547
3232835 2801461
5310347 996607
8023465 594689

Io mò sono stracco à scriuere tãto, ma non lassi già lo Studente di leggere, & considerare commodamente, & con attentione ogni cosa, che quando sarà peruenuto à salda dottrina, & chiaro lume d'intelletto in essa, si auederà da ciò hauere acquistato mirabile giouamento, con ampla intelligenza, & attitudine. Quelli mò, che desiderariano breuità nelle mie Opere; notino, che io non posso vsarla, ne deuo in pregiudicio delli amoreuoli, & diligenti Studiosi, anzi mi cõuiene esser amplissimo, & chiarissimo à guisa di persona Regia, che nel fare vn Banchetto nobile, & copioso ad vna moltitudine di persone d'ogni grado, & sesso, & complessione, è necessitato à porui anco copia grande, & basteuole d'ogni sorte di viuande, si che non vi resti, che desiderare, poiche così ciascuno potrà amplamẽte sodisfarsi, ò di soli frutti, ò di soli latticinij, ò di sola carne, di qual sorte si vogli, ò soli pesci, ò di solo altro particolare cibo, che gli aggradi, lassando gl'altri, ouero sentirne molti, & quali, & in quanta quantità gli piaccia; che così potranno fare i diuersi Lettori in questa, & altre mie Opere, attendendo chi al solo necessario, ò al curioso, ò al vario, ò al diletteuole, ò all'ingenioso, &c. ò ad ogni cosa à suo piacere, ringratiando Iddio, che mi dia vigore à fare molta fatica à beneficio vniuersale, & ornamento della Scienza.

3141592653589793 23847
3141592653589645393 11
14784536
900600 1000000
133060824
88807216
14784536
1331495460005 36
2829318657982 1
28293186579822331495460005 36
9006001) 28293186579822331 49547
cõ 14. zeri.
3 (quãto più.
3141582653589793 23847. & al
127518357 88197915 1594153
143434398 71439064
83443832 83970577
23898232 2916568
58862303 2147677
48262973 3464768
32329681 7629677
53116784 4248762
80867799 6463616

Ma voglio mostrare come senz'altro esperimento si possa, preso per diametro qual numero quadrato si vogli *(che serua per denominatore del rotto, che si giunge à 3. intiero per formare il numero misto, che serue per denominatore della proportione propinqua, che hà la circonferenza al diametro)* trouare la circonferenza propinqua, che gli corrisponda, & è, Che si moltiplichi il termine noto stabilito 314159265. &c. & chiamiamolo C, con il numero quadrato preso, & l'auuenimento si parta per 100. trilioni *(dicendo virtualmente, se 100. trilioni, diametro dà 314. &c. C, circonferenza propinqua stabilita, il numero mò quadrato preso, che è diametro, che darà per circonferenza propinqua?)* che l'auuenimento sarà la circonferenza propinqua, che gli corrisponde; onde preso per diametro 9006001. moltiplicandolo per 314. &c. C, circonferenza, il prodotto è 28293186579822331495363998 46. quale partiremo per 100. trilioni, & l'auuenimento sarà 28293186. con vn rotto, che non arriua à $\frac{58}{100}$. cioè l'auuenimento intiero sarà le otto prime figure sinistre di detto prodotto, lassate le seguenti 20. figure destre, per causa delli 20. zeri destri continui, che si accompagnano alla vnità, cioè ad 1. per formarne il 100. trilioni partitore; Et se vorremo anco circonferenza più propinqua, adoprando diametro più grande, con l'accompagnare zeri à dui à dui al diametro quadrato 9006001.

```
   314159265358979323846
                 9006001
   ---------------------
  1884955592153875943076
2827433388230813914614
------------------------
28293186579822331495363998 46
```

porremo seguire auanti verso la parte destra nell'istesso prodotto, pigliandone di più due figure 57. *(ma si potrà dire 58. succedendoli 9. ò 98. che sariano $\frac{98}{100}$. cioè quasi vn'intiero, & così haueremo 2828318658. (ma bisognarà, che l'8. termine destro si dica essere, ò 7. ò 9. acciò sia incommunicante al diametro) per circonferenza, quando il diametro sia 900600 1.)* ò quattro figure 5798. ò 6. figure, ò 8. ò 10. ò più, che pigliandone 10. elle terminano nel 4. al quale succede 9. & poi 5. &c. che il 95. saria $\frac{95}{100}$. rotto molto vicino ad vna vnità, & che perciò il 4. termine detto si può dire essere 5. & così haueremo 282931865798223315. per circonferenza propinqua, ma eccedente, quando il diametro sia il 9006001. con 10. zeri, cioè sia 900600 10000000000. ma perche la circonferenza terminaria in 5. & però saria communicante al diametro, conuiene mutare esso 5. accrescendolo, ò minuendolo, finche sia, ò 1. ò 3. ò 7. ò 9. che non communicaranno con il diametro, Che se la diremo essere 7. la circonferenza sarà eccedente, & se la diremo essere 3. la circonferenza sarà scarsa; Et se ne pigliaremo solo quattro figure 5798. mutando l'8. numero paro termine destro in 9. haueremo per circonferenza propinqua eccedente 282931865799. quando il diametro sia 90060010000. Et pigliandone otto, cioè 57982233. ne occorrerà mutare il 3. termine destro numero disparo, che rende incommunicante la circonferenza al diametro *(& si lassarà andare il seguente 149. &c. che è piccola parte d'vnità)* haueremo 2829318657982233, per circonferēza scarsa molto propinqua, quādo il diam. sia 900600 100000000.

Sia ancora, che preso vn numero facile da moltiplicare in se medesimo, cioè di poche, & piccole figure significatiue, intramezate da zeri, poniamo 1010101. che moltiplicato in se medesimo, produce 1020304030201. numero quadrato facile, questo numero quadrato si assegni per diametro al cerchio, & si vogli trouare la sua circonferenza propinqua, per formare il numero misto d'intiero, & rotto, propinquo, che habbi da essere, ò seruire per denominatore alla proportione della circonferenza al diametro, noi perciò vsando il modo espediente sopradetto, moltiplicaremo esso numero quadrato, ò diametro per 314159265. &c. circonferenza nota propinqua stabilita per termine, & il prodotto 32053796457075201314390374347304 6. partiremo per 100. trilioni diametro pertinente alla circonferenza stabilita per termine propinquo, & l'auuenimento 3205379645707. *(cioè le 13. prime figure sinistre di detto prodotto, lassando le 20. seguenti per li 20. zeri del 100. trilioni partitore)* sarà la circonferēza propinqua scarsa conueniente al diametro detto 1020304030201. che se la facessimo vna vnità di più, cioè facendola 3205379645707. ella saria eccedente, quali partite per detto suo diametro, ne resultarà $3\frac{144467555104}{1020304030201}$. per denominatore scarso, Et $3\frac{144467555105}{1020304030201}$. per denominatore eccedente della proportione della circonferenza al diametro, che esaminandole al solito, ponendo il diametro essere 100. trilioni, la circonferenza scarsa saria 314159265358928345762. Et la eccedente saria 3141592653590263557 64.

Potressimo anco, seruendoci della sopraposta operatione, trouare denominatore quadrato propinquo alla proportione, che deue hauere la circonferenza al diametro del cerchio, qual denominatore douendo egli essere vn numero P, misto d'intiero, e rotto tale, che ridotto à forma di rotto P, ciascuno delli suoi dui numeri, cioè il numeratore N, & il denominatore D, sia numero quadrato, noi hauendo già preso per denominatore D, di esso P, il 1020304030201. numero quadrato, ci restarà à trouare il numero N, che sia pure numero quadrato, onde lapeodo,

peodo,

```
                    3141592653589793238462              1010101
                             1020304030201              1010101
                    ----------------------              -------
                    3141592653589793238462              1010101
                  6283185307179586476924               1010101
                9424777960769379715386                1010101
              12566370614359172953848               1010101
            9424777960769379715386                -------------
          6283185307179586476924                  1020304030201
        3141592653589793238462
        ------------------------------------
1020304030201 ) 3205379645707520131439037434730462. circonferenza scarsa.
```

$3\frac{144467555104}{1020304030201}$. è den. scarso $\frac{1020304030201}{14492104750 3247}$. circonferenza eccedente.

ma $3\frac{144467555105}{1020304030201}$. è denominatore eccedente.

```
1020304030201 ) 3205379645707
                        31415926535892834576 2
                ----------------
                144467555104          126555764
                 162499087586         ---------
                  945348305585        9026355764
                   270746784041
                    546773618874
                     601248286747
                      947194923042          12892129586110
                       289212958611          6484812236980
                        352783015472          36298805577400
                         587964520366          5881645203650
                          778125052655          7801250526450
                           639122315143          6591223150430
                            269398970224          4693989692240
```

pendo, che stante il numero quadrato 1020304030201. con 20. zeri destri di più, in vece di diametro, la circonferenza doueria essere 3205379645707520131439037434730 46.& più, ma non arriuare à 32053796457075201314492104750 3247. potiamo, volendoci seruire del solo 1020304030201. numero quadrato in vece di diametro, che così la circonferenza doueria essere 3205379645707. & più, ma non arriuare à 3205379645708. perche nessuno d'essi dui numeri di circonferenza è quadrato, potremo dico pigliare il numero quadrato scarso più vicino à questi, Et il numero quadrato eccedente similmente ad essi più vicino, & ponerli per numeratore N, di dui rotti P, quadrati propinqui, l'vno scarso, & l'altro eccedente propinqui al vero, & con essi rotti P, formando i numeri misti P, dire, che la proportione quadrata della circonferenza al diametro habbi per denominatore propinquo scarso questo numero quadrato $3\frac{}{1}\frac{1}{0}\frac{4}{2}\frac{4}{0}\frac{4}{3}\frac{6}{0}\frac{6}{4}\frac{0}{0}\frac{4}{3}\frac{6}{0}\frac{8}{2}\frac{4}{0}\frac{6}{1}$. & per eccedēte questo num. quad. $3\frac{}{1}\frac{1}{0}\frac{4}{2}\frac{4}{0}\frac{4}{3}\frac{6}{0}\frac{9}{4}\frac{6}{0}\frac{2}{3}\frac{7}{0}\frac{6}{2}\frac{0}{0}\frac{1}{1}$.

```
3205379645707520131449210475 03247
-----------------------------------
1 7 9 0 3 5 7 4 0 7 2 5 3 5 1 2 6. & più.
-----------------------------------
315        19161351960 9   41408884
 12796      125777788867 1171854803 2
  205555     18356344432014
   2652320    45177035948225
    14582585 946988780315493
     2597276013
      9077564824
```

Sia

Sia il lato del ■ $\frac{1790357}{1010101}$

12532499
62662495
16113213
30436069

3205378187449

$3\frac{144466096846}{1020304030201}$ .denom.quad.scarso

3580715. differenza de' dui numeri quadrati di 1790357. & 1790358. distanti fra loro per vna vnità, che gionto al quadrato di 1790357. la somma sarà il quad. di 1790358.

3205381768164

$3\frac{144469677561}{1020304030201}$ .denom.quad.ecced.

1020304030201) 3205378187449
3141591224350 58. &c. è scarso.
144466096846
162353261786
930765725585
124920984041
248450041688
357707443976
60103340565

3205381768164
31415947338094. &c.
144469677561
162711333286
966572875585
482992484041
344958984653
825865468667
96222445062000

Et se passando auãti nel pigliare parte delle figure del numero, che è ℞ quadra del 320537. &c. per trouare il numero quadrato ad esso propinquo scarso, Et consequentemente il numero quadrato ad esso propinquo eccedente, arriuaremo al 17903574. molto propinquo scarso, poiche ad esso succede vn zero, cioè o. figura non significatiua *(ne occorrerà passarlo, poiche poi seguita 7. & 2. & altre figure significatiue di momento)* potremo formare $\frac{1}{1}\frac{7}{0}\frac{9}{1}\frac{0}{0}\frac{3}{1}\frac{5}{0}\frac{7}{1}\frac{4}{0}$. per radice quadrata del numero quadrato P, scarso, che si cerca, Et la ℞ dell'eccedente saria $\frac{1}{1}\frac{7}{0}\frac{9}{1}\frac{0}{0}\frac{3}{1}\frac{5}{0}\frac{7}{1}\frac{5}{0}$. (giongendo cioè vna vnità al 17903574. scarso; bene è vero, che al 17903574. seguendo o. & poi 7. &c. se in vece del o. pigliaremo 1. formando 179035741. questo numero sarà eccedente molto più propinquo del 17903575. & hauerà poi per denominar. 1010101100. formandosi $\frac{1}{1}\frac{7}{0}\frac{9}{1}\frac{0}{0}\frac{3}{1}\frac{5}{0}\frac{7}{1}\frac{4}{0}\frac{1}{0}$. per ℞ quadra del numero quadrato P, eccedente, che si cerca, qual numero quadrato P, sarà $3\frac{1}{1}\frac{1}{0}\frac{4}{2}\frac{4}{0}\frac{6}{1}\frac{0}{0}\frac{7}{4}\frac{9}{0}\frac{6}{1}\frac{4}{0}\frac{9}{2}\frac{3}{0}\frac{8}{1}\frac{9}{0}\frac{0}{0}\frac{8}{0}\frac{1}{0}$. & esaminandolo, trouaremo, che posto il diametro 100. trilioni, la circonferenza saria 314. trilioni, 159266. duilioni, 922847. millioni, 707. milia, &c.) che l'vna, & l'altra si può schisare, ò abbreuiare, riducendo la scarsa à [illegible]. Et la eccedente à $\frac{1}{2}\frac{5}{0}\frac{8}{2}\frac{0}{0}\frac{7}{2}\frac{4}{0}\frac{5}{2}$. Onde il numero quadrato P, scarso, denominatore cioè della proportione scarsa, sarà 3 [illegible]. che posto il diametro 100. trilioni, la circonferenza sarla 3141592628133. &c. Et il numero quadrato P, eccedente sarà 3 [illegible]. che posto il diametro 100. trilioni, la circonferenza saria 314159297907976. &c.

Et perche si crede, che ad alcuni sia parso, che non si dia la quadratura del cerchio, cioè che non si possa fare vn quadrato eguale ad vn cerchio dato, & che perciò non si possa descriuere la grandezza del cerchio con figura rettilinea, pensando, che fra il curuo, & il retto non sia proportione, parendo forsi à loro, che siano di diuersi generi; notisi, che non sono altramente di diuersi generi, ma solo di diuerse spetie, Che la superficie in genere è hauere lunghezza, & larghezza, & essere contenuta, ò terminata da vna, ò più linee; & perche le linee terminanti possono essere rette, & curue, di qui è, che la superficie si diuide in due specie, che sono superficie rettilinea, & superficie curuilinea; Et similmente le linee tutte sono d'vn medesimo genere, che linea è ciascuna quantità, che hà solamente lunghezza *(cioè è senza larghezza)* & è terminata da dui punti; Et perche le linee possono essere *(frà i dui punti)* rette, & curue, cioè breuissime, & non breuissime, di qui è, che la linea si diuide in due specie, che sono retta, & curua, Et se bene si dicesse la circonferenza del cerchio non essere terminata da dui punti, anzi ne anco da vn punto, non vi si scorgendo principio, ne fine, si hà da notare, che noi potiamo in essa imaginarci il principio, & anco il fine, Et se bene il fine è l'istesso termine, che il principio, noi nondimeno *(come se essa circonferenza in alcun luogo fusse aperta alquanto, ò segata)* potiamo imaginarci il fine hauere il suo termine particolare, come anco il principio, & però considerate

essi dui

Sia il lato del ■ $\frac{8951787}{5050505}$

62662509
71614296
152180379
44758935
80566083
71614296

80134490493369
25252525
25252525
25252525
25252525

25507600755025

25507600755025
80134490493369

3141592628135. &c. è scarso.

3611688228194
4062412259050
2362721457962 5
6703739001025
1602218850020 0
7176280471850
20747603208450
3415226044900
9923794614675

Sia il lato del ■ $\frac{3850715}{2020202}$

53710725
25065005
28645720
125325025

12821519911225
4040404
4040404
4040404
4040404

4081216120804

4081216120804
12821519911225

314159297907976. &c. è eccedente;

577871548813
650129190044
3794677192340
1215826836164
3995836120032
3227416113084
3705848285212
325537764884
3985263642772
3124691340484
2648400659212

Sia il lato del ■ $\frac{179035741}{101010100}$

179035741
716142964
537107223
1020503743 7
1611321669
3043607597

32053796555419081

10203040302010000
32753796555419081

31415926632284770 7. &c. è eccedente.

14446756493890
16250007107681
9454468 54666
27173027485 1
645122699874
3294028 17534
290552786968
486765851172
786442390916
722295697753
8082876612300

essi dui termini *(se bene congiunti insieme)* come dui punti, poiche il punto non è quantità; ne occupa parte alcuna di linea, ò di lunghezza, perche se il punto fusse, ò hauesse lunghezza, ne seguiria, che la linea hauesse larghezza, & la sua larghezza saria la istessa lunghezza del punto; Et perciò anco la superficie haueria grossezza, & la sua grossezza saria la istessa larghezza della linea, ò lunghezza del punto, il che non è conueniente à dire in queste quantità astratte, se bene in concreto ne la superficie è priua di grossezza, ne la linea di larghezza, ne il punto di

 lunghezza,

lunghezza, anzi in materia non si dà simplicemente ne punto, ne linea, ne superficie, che ogni cosa materiale, per piccola, che sia, è corpo; Ma passando à dimostrationi certe, & me nel mostrare nelle superficie, che fra il curuo, & il retto è proportione, Sappiasi, che si può formare vna superficie curuilinea, quale sia precise eguale ad vna superficie rettilinea data, & il modo è questo. Data la superficie rettilinea, ella si diuida in triangoli, & fra le due rette altezza, & base di ciascuno d'essi triangoli si troui la media proportionale, quale sarà il lato del quadrato eguale al dutto, ò rettangolo di detta base nell'altezza *(ò perpendicolare)* del triangolo, & però sarà doppia alla superficie, ò grandezza d'esso triangolo *(perche quando vn triangolo, & vn quadrangolo di lati equidistanti sono constituiti, ò formati sopra ad vna istessa base, & fra medesme rette equidistanti (che è quanto a dire, & che hanno vna medesma altezza) all'hora il quadrangolo è doppio al triangolo)* Dipoi mediante essi lati detti de' quadrati doppij alli triangoli, ne i quali è diuiso il rettilineo dato si troui il lato l p, del quadrato eguale alla somma di tutti essi quadrati, che perciò il quadrato di questo lato l p, sarà doppio al rettilineo dato; Ancora à questo lato l p, da vn termine d'esso, poniamo da l, se li erga vna perpendicolare l p, eguale all'istesso lato l p, & fatto centro il punto angolare l, & semidiametro vna delle rette l p, *(eguali fra loro)* si segni l'arco circonferentiale p m p, che così *(per essere l'angolo l, retto)* esso arco p m p, sarà la quarta parte della circonferenza del suo cerchio, & il settore l p m p l, sarà la quarta parte dell'istesso cerchio, che habbi per semidiametro la retta l p. Di più sopra alla retta p p, presa per diametro, si descriua *(dalla parte opposita all'angolo del centro primiero)* vn mezo cerchio, & sia la circonferenza d'esso mezo cerchio l'arco p u p. Il che fatto, haueremo formato la figura, ò superficie lunare corniculata p u p m p, contenuta dalle due linee curue p u p, & p m p, quale è eguale al rettilineo dato; Perche essendo il quadrato della retta l p, doppio al rettilineo dato, & però conuersamente il rettilineo dato essendo la mità del quadrato della retta l p; Et ancò il triangolo rettangolo p l p, essendo similmente la mità del quadrato del lato l p, ne segue che il rettilineo dato sia eguale ad esso triangolo rettangolo p l p. Ancora il cerchio, che habbi per semidiametro la retta l p, & però per diametro il doppio di detta l p, è quadruplo al cerchio, che hauesse per diametro la sola l p, *(cosi come il doppio di l p, è potentialmente 2. via 2. fà 4 & però quadruplo alla l p,)* però la sola quarta parte del cerchio, che habbi per semidiametro la l p, & perciò il settore l p m p l, *(quarta parte d'esso cerchio grande)* sarà eguale al cerchio, che hauesse per diametro la l p. Di più, perche il quadrato della retta p p, opposta all'angolo retto l, nel triangolo equicrure p l p, è doppia al quadrato del lato l p, *(essendo eguale ad ambidui i quadrati de i lati eguali l p, l p,)* ne segue, che la sola mità del circolo, che habbi per diametro la retta p p, cioè il semicircolo p u p, sia eguale al circolo, che hauesse per diametro la l p, ma al medesmo circolo, che hauesse per diametro la l p, è eguale il settore l p m p l, però ne segue, che il semicircolo p u p, sia eguale al settore l p m p l, onde così dal semicircolo, come dal settore leuata la portione di cerchio p m p, commune parte di ciascuno di loro, è necessario, che al rimanente del settore, che è il triãgolo equicrure rettilineo p l p, sia eguale il rimanente del semicircolo, che è la superficie lunare corniculata p u p m p, ma al medesmo triãgolo rettilineo è eguale il rettilineo moltilatero dato, pilche detta superficie lunare corniculata è anco ella eguale al rettilineo moltilatero dato, come si volea mostrare.

a d, 280
a l, 336
somma 616
56
d l, 280) 34496
$123\frac{1}{5}$
d l, 280
$156\frac{4}{5}$
d c, $78\frac{2}{5}$
c l, $201\frac{3}{5}$
c a, $286\frac{4}{5}$
140
57632. è la grandezza del Triangolo a d l.

d c, $78\frac{2}{5}$
d a, 280
$358\frac{2}{5}$
$201\frac{3}{5}$
1792 5.
1008 5.
1806336 25.
1 3 4 4 5.
116
1073

d l, 280
d p, 210
somma 490
differ. 70
p l, 350) 34300
686
diff de' casi 98
p l, 350
252
p s, 126
s l, 224

d p, 210
p s, 126
somma 336
differ. 84
28224 di d s.
1 6 8 d s.
262
168 d s.
84 sua mità.
350 p l.
29400 è la grandezza del triãgolo d p l, & perche ci accorgiamo, ch'egli è rettangolo, cioè che hà l'angolo d, retto, perche 44100. quadrato di d p, giunto à 78400. quadrato di d l, fà 122500. che è à punto il quadrato di 350. lunghezza di p l, potiamo, per trouarne facilmente la grandezza, moltiplicare la mità dell'vno de' lati, che contengono l'angolo retto d, via l'altro, poniamo 140. via 210. che il prodotto 29400. è la grandezza d'esso Triangolo p d l.

p n, 375 ... 37632.
n l, 325 ... 81900
somma 700 ... 119532. è la
differëza 50 ... grãdezza del ret-
p l, 350) 35000 ... tilineo a d p n l.
diff. de' casi 100
p l, 350
250
r l, 125
n l, 325
somma 450
differenza 200
■ di n r, 90000
n r, 3 0 0
mità di p l, 1 7 5
5 2 5 0 0. è la grãdezza del triãgolo p n l. Ouero giunte d s, 168. & n r, 300. insieme, che fà 468. & la mità 234. moltiplicata via la commune base p l, 350. il prodotto 81900. è la grandezza del quadrilatero d p n l, continente i dui triangoli d p l, p n l.

Et si può auuertire, che questo modo è notabile non solo, perche ci mostra di formare vna figura curilinea eguale ad vna rettilinea proposta con operatione Geometrica, ma anco per numeri si può sapere precise, & descriuere la quantità d'essa figura curuilinea, perche similmente si può descriuere per numero la quãtità del rettilineo dato, al quale essa figura è eguale. Che se per essempio daremo in numeri li 5. lati del rettilineo a d p n l, *(al quale si sia fatta eguale la figura curuilinea cornicolare p u p m p,)* & le due rette transuersali d l, p l, si potrà trouare per numero la grandezza d'esso rettilineo *(& però della figura curuilinea fattali eguale)* sia perciò a d, 280. d p, 210. p n, 375. n l, 325. & l a, 336. Ancora sia d l, 280. & p l, 350. Et cominciando poniamo dal triangolo a d l, intesa base la d l, ad essa dall'angolo a, oppostoli tirata la perpendicolare a c, ne cercaremo la lunghezza per numero, mediante la inuentione delle due parti della base, ò casi, d c, c l, che si possono trouare così, La somma de i dui lati a d, 280. a l, 336. quale è 616. si moltiplichi via la loro differenza 56. & il prodotto 34496. si parta per la base d l, 280 che ne viene 123 $\frac{1}{5}$. quale è sempre la differenza de i dui casi, onde cauata dalla base del 280. & del restante 156 $\frac{4}{5}$. presa la mità, ella, cioè 78 $\frac{2}{5}$. sarà il caso minore d c, & però il maggiore restarà 201 $\frac{3}{5}$. & hora mediante il caso destro, & lato destro, ò mediante il caso sinistro, & lato sinistro trouaremo la perpendicolare c a, che adoprando poniamo d c, 78 $\frac{2}{5}$. & d n, 280. sinistri, moltiplicaremo la somma loro 358 $\frac{2}{5}$. via la differëza loro 201 $\frac{3}{5}$. che il prodotto $\frac{1806336}{25}$. sarà il quadrato della perpendicolare c a, però ella è 268 $\frac{4}{5}$. quale moltiplicaremo per 140. mità della base d l, & il prodotto 37632. è la grandezza del triangolo a d l. Ancora con l'istesso modo nel triangolo d p l, potremo trouare i casi p s, s l, 126. & 224. & poi la perpendicolare d s, 168. Et nel triangolo p n l, i casi p r, r l, 225. & 125. & poi la perpendicolare r n, 300. che gionte insieme esse due perpendicolari d s, 168. & r n, 300. & la somma 468. moltiplicata per 175. mità di p l, base commune, il prodotto 81900. sarà la grandezza della somma de' dui triangoli detti d p l, p n l, cioè del quadrilatero d p n l, quale gionto à 37632. grandezza del triangolo a d l, & fà 119532. questo numero sarà la grandezza del totale rettilineo dato a d p n l, & però della figura curuilinea p u p m p, ad esso rettilineo fatta eguale.

Altro modo d'operare per trouate la grandezza del rettilineo a d p n l.

Triangolo a d l.		Triangolo d p l.		Triangolo p n l.		
168	280	140	280	175	350	a d l, 37632
112	336	210	210	150	375	d p l, 29400
168	280	70	350	200	325	p n l, 52500
	896		840		1050	a d p n l, 119532
	448		420		525	
	168		588		175	
	75264		12348		91875	
	18816		864360000		1378125	
	1416167424	grãdezza	2 9 4 0 0		2756250000	
grãdezza	3 7 6 3 2		233	grãdezza	5 2 5 0 0	
	471					
	2407					
	15052					

Et volendosi lo Studente assicurare di non hauere errato in alcuna delle Operationi numerali, fatte per trouare la grandezza del rettilineo dato, egli potrà in altro modo trouare la grandezza di ciascuno delli tre triangoli, nelli quali esso rettilineo è diuiso *(& potrà essere giongendo insieme i tre lati del triangolo, & della mità M, della somma cauato ciascuno d'essi tre lati, moltiplicare le tre differenze, & la mità M, detta fra loro, & del prodotto delle tre moltiplicationi pigliare*

la 𝔯 qua-

la ℞ quadrata, che ella sarà la grandezza del triangolo) come si vede fatto in margine, & la somma delle tre grandezze loro, che sarà la grandezza del rettilineo, paragonarla al 119532. già di sopra trouato, che essendo essi dui numeri eguali, questa egualità potrà essere segno d'hauere operato bene, poiche *(se non si facesse con Arte)* non è verisimile, che in tali diuerse operationi si errasse in quantità medesima di numero. Et se vorremo trouare i numeri conuenienti alla lunghezza di ciascuna delle linee adoprate nella operatione, che ci conduce al formare la figura, ò superficie corniculare eguale al rettilineo dato; potremo considerare, che la retta d l, è 280. & la a c, 268 $\frac{4}{5}$. il prodotto delle quali è 75264. però la ℞ quadra di questo numero, cioè ℞ 75264. è la t l, media proportionale fra le due rette d l, a c; Ancora d n, *(somma delle due d s, 168. n r, 300.)* è 468. & la p l è 350. il prodotto delle quali è 163800. però la ℞ di questo numero, cioè ℞ 163800. è la t p, media proporrionale fra le due dette d n, p l; Onde nel triangolo rettangolo l t p, la t l, è ℞ 75264. & la t p, è ℞ 163800. perilche la somma di 75264. & 163800. quadrati loro è 239064. per il quadraro della l p, opposta all'angolo retto t, cioè il quadrato di l p, è 239064. *(quale bene si vede essere doppio à 119532. grandezza del rettilmeo a d p n l, come si dice)* però essa l p, sarà ℞ 239064. Et hora nel rriangolo rettangolo equicrure p l p, doue ciascuno de i dui lati continenti l'angolo retto l, è ℞ 239064. sapremo, che la somma di 239064. & 239064. quadrati loro, qual somma è 478128. sarà il quadrato della retta p p; però essa p p, è ℞ 478128. onde ciascuna delle due sue mità p o, sarà ℞ 119532. & medesmamente la retta l o, à ciascuna delle p o, eguale è ℞ 119532. Questa cauata dal semidiametro l o m, eguale al semidiametro l p, ℞ 239064. resta ℞ 239064. m̃ ℞ 119532. per la lunghezza della retta o m. Ancora inteso il semidiametro o m u, perche egli è eguale à ciascuno delli dui p o, egli sarà ℞ 119532. dal quale cauata la sua parte o m, ℞ 239064. m̃ ℞ 119532. il restante ℞ 478128. m̃ ℞ 239064. sarà la m u, larghezza maggiore della figura corniculare *(quale è à punto la differēza, che si troua dal lato l p, ℞ 239064. del triangolo rettāgolo equicrure p l p, alla sua base, ò subtensa p p, ℞ 478128.)* & ridotto à numero rationale propinquo, si può dire essere 202 $\frac{1}{2}$. & più; onde sappiamo la larghezza della figura, ò superficie corniculare formata, nella sua maggiore distanza dalli angoli p, essere 202 $\frac{1}{2}$. & più, & la lunghezza, ò distanza per linea retta dall'vno angolo p, all'altro essere quasi 691 $\frac{1}{2}$. essendo la grandezza d'essa figura 119532.

d l, 280
a c, 268 $\frac{4}{5}$
75264
t l, ℞ 75264
d s, 168
r o, 300
d n, 468
t l, 350
163800
t p, ℞ 163800

quad. di t l, 75264
quad. di t p, 163800
quad. di l p, 239064
quad. di p p, 478128
p p, ℞ 478128
p o, ℞ 119532
l o, ℞ 119532
l o m, ℞ 239064
o m, ℞ 239064. m̃ ℞ 119532
o m u, ℞ 119532
m u, ℞ 478128. m̃ ℞ 239064

p o p, ℞ 478128
691
202
quasi 691 $\frac{647}{1382}$
quasi 488 $\frac{115}{122}$
resta 202 $\frac{1}{2}$. & più

l p, 239064
488
856
quasi 488 $\frac{920}{926}$

Et perche si vede, che nel dato rettilineo la sua grandezza nō solo è numero rationale, cioè libero da denominatione di ℞ quadre, ma anco è senza rotti *(come anco sono numeri liberi quelli, che mostrano la lunghezza delle perpendicolari a c, d s, n r, nelli triangoli, nelli quali è diuiso esso rettilineo)* sappiano gli Studenti, che i numeri assegnati alli 5. lati del rettilineo, & alle due trāsuersali d l, p l, non sono posti à caso, ma con Arte, acciò siano tali, quale Arte piglio anco carica di mostrarli, acciò anco essi possino facilmente adoprarla à loro piacere, & è la seguente.

Finto vn rettilineo di cinque lati à caso a d p n l, & in esso tirate le due rransuersali d l, p l, per diuiderlo nelli rre triangoli, & ad esse tirate le perpendicolari a c, d s, n r, distinguendo fra loro le parti delle basi d l, p l, che sono i casi nelli tre triangoli, ò i cadimenti, nelli quali le perpendicolari diuidono le basi, & diuidono anco ciascuno de i tre triangoli in dui triangoli rettangoli, noi cominciando poniamo dall'a c l, vi accommodaremo tre numeri conuenienti, & siano c l, 12. a c, 16. & a l, 20. *(che la somma di 154. & 256. quadrati di 12. & 16. fà 400. che è il quadrato di 20.)* Ouero posto c l, 12. trouaremo per c a, l a, dui numeri, i quadrati de' quali siano differenti in 144. quadrato di c l, & per trouarli si parte il 144. per vn numero à beneplacito, poniamo per 4. & ne viene 36. che questi 4. partitore, & 36. auuenimento sono sempre, il maggiore la somma, & il minore la differenza de i dui numeri, che si cercano, onde si caua 4. differenza da 36. somma, & del restante 32. la mità 16. è il minore, che serue per c a, & però 20,

che è 4. più del 16. ò che resta à cauare il 16. da 36. è il maggiore, che serue per a l; Hora quanto à c d, & a d, si cercaranno dui numeri quadrati, che fra loro siano differenti in 256. quadrato di a c, *(accioche il quadrato di a d, sia eguale, come bisogna, alla somma de' quadrati di d c, & c a,)* onde partendo 256. per vn numero à beneplacito, poniamo per 12. ne viene $21\frac{1}{3}$. che cauatone il 12. minore di lui, resta $9\frac{1}{3}$. la mità del quale $4\frac{2}{3}$. è il minore de i dui numeri cercati, quale serue per c d, & però 12. di più, cioè $16\frac{2}{3}$. sarà d a; Et perche d c, è $4\frac{2}{3}$. & c l, è 12. tutta la d l, che si oppone all'angolo retto d s l, sarà $16\frac{2}{3}$. & douendo perciò il quadrato d'essa d l, qual quadrato è $\frac{2500}{9}$. essere eguale alla somma de i dui quadrati di d s, s l, conuerrà diuidere $\frac{2500}{9}$. numero quadrato in dui numeri quadrati, & per farlo, si può pigliare à beneplacito dui numeri quadrati, che gionti insieme faccino numero quadrato, come sono 144. & 25. che fanno 169. ouero 1225. & 144. che fanno 1369. *(quadrato di 37.)* ò poniamo 9. & 16. che fanno 25. Et hora diuidere il $\frac{2500}{9}$. in due parti nel modo, che è diuiso il 25. nelle due parti 9. & 16. dicendo, se 25. dà 9. & 16. che darà $\frac{2500}{9}$? ò solo, se 25. dà 9. che darà $\frac{2500}{9}$. & darà $\frac{900}{9}$. cioè 100. per vna parte, però l'altra sarà il restante $\frac{1600}{9}$. & così haueremo diuiso il $\frac{2500}{9}$. numero quadrato in 100. & $\frac{1600}{9}$. numeri quadrati, i lati, ò R de i quali sono 10. & $13\frac{1}{3}$. Et questi potranno seruire per le due rette d s, s l, che se vorremo, che s l, sia la maggiore, gli attribuiremo il $13\frac{1}{3}$. & però 10. sarà l'altra d s. Et hora per s p, p d, trouaremo dui numeri, i quadrati de' quali siano differenti in 100. quadrato di d s, & perciò partiremo 100. poniamo per 5. che ne viene 20. dal quale cauato il 5. minore, resta 15. che la mità è $7\frac{1}{2}$. per l'vno de' numeri, & l'altro sarà 5. di più, cioè $12\frac{1}{2}$. & così il minore $7\frac{1}{2}$. si attribuirà ad s p, & il maggiore $12\frac{1}{2}$. à p d; Hora ci resta il triangolo p l n, del quale la p l, presa per base è $7\frac{1}{2}$. & $13\frac{1}{3}$. *(che sono le sue parti p s, s l,)* cioè $20\frac{5}{6}$. & perche sopra ad essa p l, $20\frac{5}{6}$. si tira la perpendicolare n r, accioche essa perpendicolare, & lati p n, n l, habbino numeri rationali, si potrà à beneplacito pigliare vn triangolo noto, che habbi i lati, base, & perpendicolare, in numeri rationali, hor sia il P L N, di lati N L, 13. N P, 15. base L P, 14. & perpendicolare N R, 12. che i casi sono L R, 5. & R P, 9. Et sopra alla nostra base l p, $20\frac{5}{6}$. formaremo vn triangolo simile, Che se 14 base dà 5. 9. 12. 13. 15. casi, perpendicolare, & lati, il $20\frac{5}{6}$. cioè 125. sesti, darà 625. 1125. 1500. 1625. 1875. tutti 84. esimi, similmẽte casi, perpendicolare, & lati del triangolo da formarsi, Cioè il lato minore, & sia l n, sarà $\frac{1625}{84}$. il maggiore n p, $\frac{1875}{84}$. Il caso maggiore p r, $\frac{1125}{84}$. & la perpendicolare n r, $\frac{1500}{84}$. Et così haueremo formato vn rettilineo, nel quale tutti i numeri occorrenti à trouare la sua grandezza sono rationali, ma non sono già intieri, anzi misti di rotti, Onde per hauerli in intieri, trouaremo vn commune denominatore à tutti i loro rotti, quali sono mezi, terzi, & 84. esimi, & però 84. potrà essere loro commune denominatore, & con questo 84. moltiplicaremo tutti i numeri attribuiti à i lati, perpendicolare, & casi nel rettilineo formato, & douentarãno i lati 1400. 1050. 1875. 1625. 1680. la d l, 1400. le sue parti d c, c l, 392. 1008. la perpendicolare a c, 1344. & la p l, 1750. le sue parti p s, s l, nel triãgolo p d l, 630. 1120. & la perpendicolare d s, 840. Ma nel triangolo p n l, le due parti p r, r l, della base p l, 1750. saranno 1125. 625. & la perpendicolare n r, 1500. Et perche questi numeri sono molto grandi, & vediamo, che si possono commodamente abbreuiare, schisandoli, ò partendoli per 5. li potremo ridurre à 280. 210. 375. 325. 336. che sono i lati a d, d p, p n, n l, l a, del rettilineo, d l, sarà 280. d c, $78\frac{2}{5}$. c l, $210\frac{3}{5}$. la perpendicolare a c, $268\frac{4}{5}$. *(che se bene hà il rotto $\frac{4}{5}$. egli moltiplicato nel 140. mità della base, che è diuisibile per 5. in intieri, produrrà numero intiero.)* & p l, sarà 350. p s, 126. s l, 224. & la perpendicolare d s, 168. Et nel triangolo p n l, il caso p r, sarà 225. r l, 125. & la perpendicolare n r, 300. & così si è formato il rettilineo della qualità desiderata. Et sappiasi, che il numero 119532. grandezza del rettilineo detto, essendo diuisibile in intieri per 4. numero quadrato, che hà 2. per sua R quadra, se con questo 2. partiremo ciascuno de i

LP 14) da 5 9 12 13 15 (che darà $20\frac{5}{6}$?
84) 625 1125 1500 1625 1875 125
$7\frac{1}{2}\frac{7}{6}$ $13\frac{1}{2}\frac{1}{8}$ $17\frac{6}{7}$ $19\frac{2}{3}\frac{9}{6}$ $22\frac{1}{2}\frac{9}{8}$
$16\frac{2}{3}$ $12\frac{1}{2}$ $22\frac{1}{2}\frac{6}{8}$ $19\frac{2}{3}\frac{9}{6}$ 20 $16\frac{2}{3}$ $4\frac{2}{3}$ 12 16
50 25 625 50 14
1400 1050 1875 1625 1680 1400 392 1008 1344
280 200 375 325 336 280 $78\frac{2}{5}$ $201\frac{3}{5}$ $268\frac{4}{5}$
$20\frac{5}{6}$ $7\frac{1}{2}$ $13\frac{1}{3}$ 10 $20\frac{5}{6}$ $13\frac{1}{2}\frac{1}{8}$ $7\frac{1}{2}\frac{7}{6}$ $17\frac{6}{7}$
125 15 40 375 325
1750 630 1120 840 1750 1125 625 1500
350 126 224 168 350 225 125 300

 lati

lati del rettilineo detto, & le rette transuersali, &c. dandoli, ò assegnandoli i nuoui numeri, che ne deriuaranno, il rettilineo così formato di lati a d, 140. d p, 105. p n, 187 $\frac{1}{2}$. n l, 167 $\frac{1}{2}$. l a, 168. la transuersale d l, 140. & la p l, 175. se bene fra i numeri d'essi lati sono de i rotti, & che anco fra i casi, & perpendicolari delli tre triangoli, ne i quali egli si diuide, occorrano de i rotti, nondimeno la grandezza totale di questo rettilineo sarà numero intiero, & è quello 29883. che deriua à partire per 4. *(quadrato del 2. adoprato)* il 119532. grandezza del rettilineo primiero; Ancora, perche il medesmo 119532. grandezza del rettilineo primiero, si può diuidere per 12. in intieri, che ne viene 9961. questo 9961. numero intiero sarà la grãdezza d'vn' altro rettilineo R, simile, à i lati del quale i lati del primiero habbino la proportione, che è denominata, ò vogliamo dire hà per denominatore la ℞ quadra del 12. che è denominatore della proportione, quale alla grandezza dell'R, hà la grandezza del primiero, onde di 12. la sua ℞ quadra essendo ℞ 12. partẽdosi per questo ℞ 12. ciascuno de i lati transuersali, &c. del rettilineo primiero si formaranno i lati, &c. di questo nuouo rettilineo R, quali se bene sono contenuti da numeri misti di rotti, & irrarionali in lunghezza, essendo denominati da ℞ quadre, ciò non ostante la grandezza d'esso rettilineo R, sarà numero rationale, & intiero, douendo essere il 9961. trouato.

	a d, 280	d p, 210	p n, 375	n l, 325
℞ 12)	℞ 78400	℞ 44100	℞ 140625	℞ 105625
	℞ 6533 $\frac{1}{3}$	℞ 3675	℞ 11718 $\frac{3}{4}$	℞ 8802 $\frac{1}{12}$

l a, 336	d l, 280	p l, 350
℞ 112896	℞ 78400	℞ 122500
℞ 9408	℞ 6533 $\frac{1}{3}$	℞ 10208 $\frac{1}{3}$

Conuersamente mò quando si dia rettilineo, i lati, &c. del quale siano misti di rotti, si potrà *(per schiuare le operationi incommode, che si douessero fare con essi rotti)* ridurli ad intieri, moltiplicandoli tutti per vn numero intiero A, commodo, che sia loro commune denominatore, & poi finto vn nuouo rettilineo di intieri simile al dato, trouata la sua grandezza F, ella si partirà per il quadrato del num. intiero A, adoprato, che l'auuenim. sarà la grandezza del rettilineo dato.

Può anco auuertire lo Studente, che le Operationi Geometriche, quali nõ si possono, ò non si fanno ridurre à calcoli, ò Operationi di numeri non seruono esattamente in pratica circa al trouare la quantità numerale delle cose, di che elle trattano, che per esempio, Quando bene fusse vero, che preso nella circonferenza del cerchio da ciascuna delle due bande de i dui termini del diametro l'arco di gradi 51. minuti 45. secondi 27. terzi 4. quarti 23. quinti 51. sesti 12. & iui segnati i punti n, t, r, c, & tirate le rette n c, t r, che sono equidistanti al diametro g p, & allungatele da ciascuna banda, fino che concorrino con le perpendicolari al diametro erettelli dalli termini g, & p, formando il quadrangolo rettangolo l o n m, esso quadrangolo fusse precise eguale al cerchio, quale hà per diametro la retta g p, cioè che à moltiplicare il diametro del cerchio per la corda dell'arco di gradi 103. minuti 30. secondi 54. terzi 8. quarti 27. quinti 42. sesti 24. ò per il doppio del sino retto dell'arco di gradi 51. 45. 27. 4. 23. 51. 12. il prodotto fusse precise eguale, ò vogliamo dire fusse la precise grandezza del cerchio; non perciò noi Dato il numero del diametro sapresimo, ò potresimo in numeri trouare, ò esplicare la grandezza del cerchio, perche non sappiamo perciò in numeri quanto sia precise il sino retto n q, ouero g l, dell'arco g n, detto, Così come anco, se bene sappiamo certissimo, che à moltiplicare la mità del diametro del cerchio, via la mità della sua circonferenza, ouero *(che resulta l'istesso)* à moltiplicare il diametro totale, via la quarta parte della circonferenza, se ne deue produrre precise la grandezza, ò quantità della superficie del cerchio, nondimeno dato il numero del diametro, & sia poniamo 100. non perciò potiamo, ò sappiamo trouare, ò descriuere in numeri la grandezza precise del cerchio; perche non essendo ancor nota la precise proportione in numeri, che hà la circonferenza al suo diametro, non sappiamo ne anco, essendo il diametro 100. quanto deua essere precisemente la circonferenza; Che perciò ci seruiamo della proportione propinqua eccedente, quale hà per denominatore 3 $\frac{1}{7}$. dicendo, che quando il diametro è 1. la circonferenza sia quasi 3 $\frac{1}{7}$. Onde posto il diametro 1. centonaro, cioè 100. la circonferenza si dice essere quasi 3 $\frac{1}{7}$. cẽtonara, cioè quasi 314 $\frac{2}{7}$. la quarta parte della quale, cioè quasi 78 $\frac{4}{7}$. moltiplicata via il diametro 100. fà quasi 7857 $\frac{1}{7}$. quale in pratica si piglia per la grandezza del cerchio, se bene ella è solamente propinqua eccedente, poiche veramẽte la precise grãdezza del cerchio, il diametro del quale sia 100. non può arriuare à detto num. 7857 $\frac{1}{7}$.

Et tornando al curuilineo corniculare p u p m p, considerando la sua construttione, vedremo, che il punto r, è sempre il centro del cerchio; la circonferenza del quale passa per li quattro punti p u, p l, egualmẽte distanti fra loro, & che cõsideràti i suoi dui diametri p o p, l'vno, & l o m u, l'altro, quali nel cẽtro o, si segano fra loro ad angoli retti, il punto l, termine dell' l u,

è il centro

è il centro dell'altro cerchio, che hà per semidiametro la retta l p, lato del quadrato inscritto nel primo cerchio, perilche questo semidiametro l p, è sempre potentialmente doppio à ciascuno de' semidiametri o p, o u, del primo cerchio, onde posto o p, 10. il quadrato, ò potenza del quale è 100. perche il suo doppio è 200. questo 200. sarà la potenza, ò quadrato di l p, & però esso l p, sarà ℞ 200. Ouero in numeri minimi posto o p, 1. l p, sarà ℞ 2. & però anco l m, ad l p, eguale *(che ambedue peruengono dal centro l, alla circonferenza p m p, del suo istesso cerchio)* sarà ℞ 2. & l u, diametro totale del cerchio piccolo *(che è potentialmente doppio ad l p, lato del quadrato inscrittoli, & serue per semidiametro del cerchio grande)* è 2. onde quando l n, ouero p o p, è 2. allhora l m, è ℞ 2. perilche m u, residuo è 2. m̃ ℞ 2. Et se p o p, ouero l n, fusse solo 1. l p, ouero l m, che hà per quadrato la mità del quadrato di p o p, cioè la mità d'1. quadrato d'1. & però hà per quadrato $\frac{1}{2}$. saria ℞ $\frac{1}{2}$. & così m u, saria 1. m̃ ℞ $\frac{1}{2}$. Et perche p o p, è sempre la lunghezza *(se vogliamo nominarla così)* ò distanza delli dui angoli corniculari, & m u, è sempre la maggior larghezza d'essa figura presa fra i dui punti m, u, egualmente lontani dalli angoli p, conosciamo, che dato per p o p, qual numero A, si vogli, & del suo quadrato presa la mità B, la ℞ di questo B, & sia C, sarà il lato del triangolo rettangolo p l p, che hà da essere eguale alla figura corniculare, la larghezza m n, della quale è quello, che resta à cauare C, da A. Et perche il quadrato di B, è sempre il doppio della grandezza del triangolo rettangolo p l p, & però della figura curuilinea, che è eguale ad esso triāgolo, Et il medesmo quadrato di B, è la mità del quadrato di A, *(ò di p o p,)* si vede, che quando il quadraro di A, sia 4. il quadrato di B, sarà 2. & la grandezza del triangolo, ò del curuilineo sarà 1. & perciò, che il quadrato di A, ouero di p o p, è sempre quadruplo alla grandezza del curuilineo, ò vogliamo dire conuersamente, che la grandezza del curuilineo è sempre l' $\frac{1}{4}$. ò quarta parte del quadraro, del numero A, ouero p o p, Perilche potiamo dire, che data la distāza A, ouero p o p, d'vn simile curuilineo subito si può sapere, & la sua maggior larghezza, & la grandezza, Che del quadrato della distanza A, preso l' $\frac{1}{4}$. ò quarta parte, ella è la grandezza, Et dalla istessa A, cauato la ℞ della mità del suo quadrato, ò vogliamo dire *(& resulta l'istesso)* dalla A, cauato la ℞ del doppio della sua grandezza, il restante è la maggior larghezza m u, del curuilineo, onde data la lunghezza p o p, ouero A, essere 6. il quadrato della quale è 36. la sua quarta parte 9. sarà la grandezza del curuilineo, & la ℞ del suo doppio, cioè ℞ 18. cauata da 6. il restante 6. m̃ ℞ 18. sarà la maggior larghezza m u; Et conuersamente data la grandezza del curuilineo essere 9. del suo quadruplo 36. presa la ℞, che è 6. questo 6. sarà la lunghezza, ò distanza p o p, dal quale 6. cauato ℞ 18. che è la ℞ della mità di 36. il residuo 6. m̃ ℞ 18. sarà la maggiore larghezza m u; Et essendo la grandezza 1. il suo quadruplo è 4. che la ℞ è 2. però 2. sarà la lunghezza *(che hora si abbatte ad essere doppia alla grandezza)* & da questo 2. cauato ℞ 2. che è la mità del quadrato della lunghezza, il restante 2. m̃ ℞ 2. sarà la maggior larghezza. Et data la lunghezza 1. il quadrato della quale è l'istesso 1. l' $\frac{1}{4}$. di questo quadrato, cioè $\frac{1}{4}$. sarà la grandezza, & la ℞ d' $\frac{1}{2}$. mità del quadrato d'1. lunghezza, cauata da essa lunghezza 1. resta 1. m̃ ℞ $\frac{1}{2}$. che è la maggior larghezza. Et quando la grandezza fusse 4. il suo quadruplo è 16. la ℞ del quale è 4. però 4. saria la lunghezza, quale hora si abbatte ad essere eguale alla grandezza, Et del quadrato di 4. cioè di 16. presa la mità 8. la ℞ di questo 8. cioè ℞ 8. cauata dal 4. che resta 4. m̃ ℞ 8. sarà la maggior larghezza; Ma data la maggior larghezza m u, & sia ponizmo 8. per trouare la lunghezza p o p, & la grandezza del curuilineo, potremo dire, per la Regola del Tre *(ò delle quattro quantità proportionali)* Se 2. m̃ ℞ 2. larghezza, sappiamo, che dà 2. lunghezza, che darà 8. larghezza? ouero schisando, ò partendo la prima, & seconda quantità per 2. accioche la seconda, che è a lunghezza, si riduca ad 1. cioè alla vnità: Se 1 m̃ ℞ $\frac{1}{2}$. larghezza da 1. lunghezza, che darà 8. larghezza? onde moltiplicando 8. per la seconda quantità 1. & produce l'istesso 8. partiremo questo 8. per 1. m̃ ℞ $\frac{1}{2}$. & perciò per trouare partitore simplice, moltiplicaremo questo residuo 1. m̃ ℞ $\frac{1}{2}$. per il suo binomio 1. p̃ ℞ $\frac{1}{2}$. & fà $\frac{1}{2}$. partitore simplice, con il quale partito l'8. ne viene 16. & questo mò si deue moltiplicare per l'istesso binomio 1. p̃ ℞ $\frac{1}{2}$. che quanto all'1. produce l'istesso 16. ma quanto à ℞ $\frac{1}{2}$. moltiplicandolo per ℞ 256. che è il 16. fà ℞ 128. Onde à partire 8. per 1. m̃ ℞ $\frac{1}{2}$. ne viene 16. p̃ ℞ 128. & questo è la lunghezza p o p, essendo m n, 8. Et perche del 16. p̃ ℞ 128. il 16. è sempre il doppio di 8. larghezza data, & il 128. numero della ℞ è sempre il doppio del quadrato del medesimo 8. *(ò vogliamo dire il 128. è sempre la mità del quadrato del 16. doppio d' 8. dato)* si può dire per Regola. Data la larghezza, al doppio d'essa si giunga la ℞ del doppio del quadrato dell'istessa larghezza data, che il composto sarà la lunghezza; onde se la lunghezza sia 10. al suo doppio 20. si

1. m̃ ℞ $\frac{1}{2}$) 1	(8
1. p̃ ℞ $\frac{1}{2}$	16
1. m̃ $\frac{1}{2}$. cioè $\frac{1}{2}$. è il partitore simplice	via 1. p̃ ℞ $\frac{1}{2}$
	fà 16. p̃ ℞ 128

giunga

giunga ℞ 200. che fà 20. p̄ ℞ 200. per la lunghezza p o p. Et ben si vede, che quando p o p, sia 20. p̄ ℞ 200. la l p, & perciò la l m, sarà ℞ 200. p̄ 10. & questa cauata da l u, 20. p̄ ℞ 200. eguale alla p o p, resta 10. che è la larghezza m u, come conuiene, Et posta m u, 6. m̄ ℞ 18. al suo doppio, che è 12. m̄ ℞ 72. si giógerà ℞ 72. m̄ 6. che è la ℞ del doppio del quadrato della istessa m u, & fà 6. però 6. è la p o p. Ma tutta questa Operatione è quanto moltiplicare la m u, per 2. p̄ ℞ 2. *(che ben si vede tãto essere, ò resultare il partire vna quantità per 1. m̄ ℞ ½. quanto moltiplicarla per 2. p̄ ℞ 2. (che ogni partitione si può ridurre à moltiplicatione, & è conuerso, come si mostra nelli miei Elementi delli numeri rotti, ò Geometrici, cioè nella Seconda parte della Pratica Aritmetica, nell'Opera dell'Aritmetica Vniuersale) perche 1. m̄ ℞ ½. via 2 p̄ ℞ 2. produce la vnità, Cioè Se 1. m̄ ℞ ½. douentasse 1. l'1. douentaria 2. p̄ ℞ 2. che à partire 1. per 1. m̄ ℞ ½. ne viene 2. p̄ ℞ 2.)* però quando m u, sia residuo, ò binomio, ò simile quantità irrationale, si può dire breuemẽte; Moltiplichisi la larghezza m u, data per 2. p̄ ℞ 2. che il prodotto sarà la lunghezza p o p, Et così data m u, 6. m̄ ℞ 18. moltiplicandola per 2. p̄ ℞ 2. si vede subito il prodotto essere 6. che ci mostra la lunghezza p o p, & se m u, sia 6. p̄ ℞ 18. moltiplicandosi per 2. p̄ ℞ 2. fà 18. p̄ ℞ 288. & questo è la p o p, lunghezza.

1. m̄ ℞ ½
via 2. p̄ ℞ 2
fà 2. m̄ 1
cioè 1

per 1. m̄ ℞ ½. si parta 1
1. p̄ ℞ ½   1. p̄ ℞ ½
½   1. p̄ ℞ ½
ne viene 2. p̄ ℞ 2

Et se vorremo la grandezza della figura curuilinea p u p m p, moltiplicaremo p o p, in se stesso, che fà 612. p̄ ℞ 373248. del che pigliaremo la quarta parte, cioè lo partiremo per 4. che l'auuenimento 153. p̄ ℞ 23328. sarà la grandezza. Et ben si vede, che essendo p o p, 18. p̄ ℞ 288. & il suo quadrato 612. p̄ ℞ 373248. la mità d'esso, cioè 306. p̄ ℞ 93312. sarà il quadrato di l p, lato del triangolo p l p, però esso lato è la ℞ di questo 306. p̄ ℞ 93312. cioè è ℞ 162. p̄ 12. *(quale ℞ si può trouare al modo ordinario, come si vede in margine, ouero (molto breuemente) considerando, che 306. p̄ ℞ 93312. è quadrato, al quale il quadrato 612. p̄ ℞ 37324. è doppio, cioè questo al 306. p̄ ℞ 93312. è come da 2. ad 1. il denominatore della quale proportione dupla è 2. sapremo, che la ℞ di questo 2. cioè ℞ 2. sarà il denominatore della proportione, che hà il lato del maggiore al lato del minore, perilche con questo denominatore ℞ 2. partẽdo il noto 18. p̄ ℞ 288. lato del maggior quadrato, l'auuenimento ℞ 162. p̄ 12. sarà necessariamente il lato del minore, Et così subito facilmente si troua, che la ℞ di 306. p̄ ℞ 93312. deue essere ℞ 162. p̄ 12.)* ma hora senza durar fatica si può dire è ℞ L 306. p̄ ℞ 93312. ⌋ onde à moltiplicare essi dui lati p l, l p, continenti il suo angolo retto fra loro fanno 306. p̄ ℞ 93312. la mità del che, cioè 153. p̄ ℞ 23328. è la grandezza del triangolo rettangolo p l p, & però del curuilineo p u p m p, come si è trouato nell'altro modo. Ancora p o p, & però l u, è 18. p̄ ℞ 288. & p l, & perciò l m, è ℞ 162 p̄ 12. quale cauato da l u, 18. p̄ ℞ 288. resta 6. p̄ ℞ 18. per la larghezza m u, come conuiene, perilche si vede, & le Regole date, & le Operationi contenere tutte vna istessa verità, come è necessario.

Se mò dall'altra parte superiore p l p, con il centro u, & semidiametro u p, si descriuerà la circonferenza p x p, che è la quarta parte della circonferẽza totale del suo cerchio, ella con la meza circõferẽza p l p, cõtenirà vn'altra figura curuilinea p x p l p, eguale alla prima p m p u p, & eguale al triãgolo rettãgolo p l p, & però al p u p, onde à tutto il quadrato l p u p, sarà eguale la somma delle due figure corniculari p x p l p, & p m p u p, oltre le quali

p o p, 20. p̄ ℞ 200
suo quad. 600. p̄ ℞ 320000
la mità è 300. p̄ ℞ 80000
& è il quadrato di p l.

90000
80000
10000
1 0 0
3 0 0
somma 4 0 0. la mità è 200
restante 2 0 0. la mità è 100
le ℞ d'esse mità sono ℞ 200. & 10.
però ℞ 200. p̄ 10. è l p, ouero l m.

m u, 6. m̄ ℞ 18
suo quad. 54. m̄ ℞ 2592
il doppio è 108. m̄ ℞ 10368
da pigliarne la ℞.

11664
10368
1296
3 6
1 0 8
somma 1 4 4. la mità è 72
restãte 7 2. la mità è 36
le ℞ d'esse mità sono ℞ 72.
& 6. però ℞ 72. m̄ 6. è la ℞
del doppio del ■ di m u.

m u, 6. m̄ ℞ 18
via 2. p̄ ℞ 2
fà 6. per la p o p
m u, 6. p̄ ℞ 18
via 2. p̄ ℞ 2
fà 18. p̄ ℞ 288. per la lunghezza p o p.

p o p, 18. p̄ ℞ 288
18. p̄ ℞ 288
324. ℞ 1296
288. ℞ 288
4) 612 p̄ ℞ 373248
153. p̄ ℞ 23328

Di 306. p̄ ℞ 93312
306
93636
93312
324
1 8
3 0 6
sõma 3 2 4   162
restã 2 8 8   144
℞ 162. p̄ 12. è la ℞.

le quali nel cerchio l p u p, resta la figura curuilinea p m p x p. Ma oltre il quadrato nel cerchio istesso restano le quattro portioni l a p, p t u, u r p, p e l, perilche la somma di queste quattro portioni è eguale à detta figura curuilinea p m p x p, che è contenuta dalle due portioni grandi p x p, p m p, & è diuisa dalle due rette p o p, m o x, in 4. parti eguali, & però ciascuna d'esse è eguale à ciascuna delle 4. portioni dette, che sono eguali fra loro, onde il triangolo rettangolo curuilineo p o x, è eguale alla portione p a l, come anco si può conoscere, considerando, che ciascuna delle 4. portioni piccole è simile à ciascuna delle due grandi, poiche ciascuna delle 4. piccole hà per arco la quarta parte della circonferenza del suo cerchio piccolo, & ciascuna delle due grandi hà per arco similmente la quarta parte della circonferenza del suo cerchio, onde si come il cerchio grande è doppio di grandezza al piccolo, così anco la portione p x p, del grãde è doppia alla portione p a l, del piccolo, onde la sola mità della portione p x p, cioè il triangolo rettangolo curuilineo p o x, è eguale alla portione p a l, Ouero, perche tutta la figura curuilinea corniculare p l p x p, è eguale à tutto il triangolo rettangolo p l p, ancora la mità p x l, della corniculare è eguale al triangolo rettangolo p o l, mità del p l p, onde da ciascuna banda leuata la commune figura curuilinea p s l x, contenuta dalle due rette p l, l x, & dall'arco p x, il restante triangolo curuilineo p o x, sarà eguale alla restãte portione di cerchio p a l. Et per la medesima causa la portione p x, è doppia à ciascuna delle due portioni p a, a l, & perciò essa p x, è eguale alla somma delle due p a, a l, onde il restante triangolo rettangolo rettilineo p o x, è eguale al triangolo rettilineo equicrure p a l; Et volẽdo aggiungere i numeri à queste considerationi, posto p o, semidiametro del cerchio piccolo 8. allhora u p, & però u x, semidiametro del cerchio grãde sarà ℞ 128. onde leuatone u o, 8. resta, che o x, sia ℞ 128. m̄ 8. quale moltiplicato via 4. mità di p o, il prodotto ℞ 2048. m̄ 32. è la grandezza del triangolo rettangolo rettilineo p o x, & però è la grandezza ancora del triangolo rettilineo equicrure p a l, qual grandezza del p a l, si può anco trouare per se stesso, moltiplicando la mità della base p l, cioè p s, ℞ 32. via la perpendicolare s a, che è 8. m̄ ℞ 32. *(perche tutta o a, eguale ad o p, è 8. & la sua parte o s, eguale ad s p, è ℞ 32. onde s a, resta 8. m̄ ℞ 32.)* & fà ℞ 2048. m̄ 32. per la grandezza d'esso triangolo rettilineo equicrure p a l, come si è detto, Et perche tutto il triangolo rettangolo p o l, è grande 32. & cosi anco è 32. la superficie curuilinea cõtenuta dalli dui archi p l, p x, & retta l x, cauandone il trouato ℞ 2048. m̄ 32. il restante triangolo rettilineo p x l, sarà 64. m̄ ℞ 2048. *(come anco si troua moltiplicando la sua base x l, che è 16. m̄ ℞ 128. (cioè è l m, ℞ 128. cauatone m o, & o x, ℞ 128. m̄ 8. & ℞ 128. m̄ 8. cioè cauatone m x, ℞ 512. m̄ 16. & resta 16. m̄ ℞ 128.) via 4. mità di p o, sua altezza, & produce 64. m̄ ℞ 2048.)* al quale è eguale la somma della figura curuilinea p x l, *(contenuta dall'arco p x, & rette p l, l x.)* & delle portioncelle p a, a l, però esse due portioncelle, & curuilineo p x l, in somma sono 64. m̄ ℞ 2048. Se mò sapessimo distintamente quanto sia la grandezza del curuilineo p x l, *(cõtenuto cioè dall'arco p x, & rette p l, l x,)* sapressimo anco la precise grãdezza del cerchio, perche cauata la sua grandezza dalla grandezza della meza lunula p x l, *(ò dalla grandezza del triãgolo rettãgolo p o l,)* restaria la grandezza della portione p a l, *(ò della meza portione p o x,)* al quadruplo della quale gionto la grandezza del quadrato p l p u, la somma saria la precise grãdezza del suo cerchio p l p u; Ma non più intorno à questo, Solo può notare lo Studente, che sapendo egli formare la figura curuilinea corniculare p u p m p, eguale ad vn rettilineo dato, egli anco verrà cõuersamente à sapere come proposta vna simile figura curuilinea corniculare, si formi vn rettilineo eguale ad essa, & simile ad vn rettilineo dato, perche diuisa la lunghezza, ò distanza p o p, de' dui angoli, ò corni per mezo in o, & di lì erettoli la perpendicolare o u, eguale ad essa o p, *(che segarà ciascuno delli dui archi circonferẽtiali p m p, p u p, per mezo, & peruerrà alla cima u, precise della figura)* & tirate le sottotendenti, ò transuersali u p, u p, *(l'angolo p u p, contenuto dalle quali sarà retto)* hauerà formato il triangolo rettangolo p u p, eguale precise alla figura corniculare proposta p u p m, eguale al quale triangolo poi, & simile al rettilineo, che sia dato si potrà formare il rettilineo domandato, che sarà perciò eguale anco alla figura corniculare p u p m p, proposta. Et così date quante lunule si voglino, potremo formare vna superficie, ò figura rettilinea regolare, ò come si vogli eguale alla somma di tutte esse lunule.

Si potria anco mostrare come Geometricamente si faccino linee molto propinque alla circonferenza del cerchio, & consequentemente come si trouino lati di quadrati molto propinqui alla grandezza del cerchio, ma per hora si mostrarà il modo seguẽte, che fà la retta propinqua eccedẽte, & ad altra occasione si potrãno mostrare altri modi facili, & anco più propinqui.

Nel cerchio dato si diuida il semidiametro c a, in due parti eguali in m, & verso il centro c, si segni la retta, ò distanza m n, eguale alla distanza, che è dal punto istesso m, alla sommità S, del cerchio, doue la semicirconferenza a d, si diuide per mezo, poi la parte n c, fino al centro

si diuida in 6. parti eguali, cioè se ne pigli la sesta parte, ò l'$\frac{1}{6}$. & sia n u, quale si giunga al decuplo della retta n o, che il composto sarà vna linea retta propinqua eccedente alla circonferenza del cerchio dato; poiche posto il diametro 100. trilioni, essa retta saria 314$\frac{1}{6}$. trilioni, & alquanto più, che eccede di poco 314. trilioni, 159625. duilioni, &c. termine eccedēte della vera circonferenza incognita. Et se vorremo trouare il lato del quadrato eccedēte propinquo alla grandezza del cerchio, Perche la grandezza del cerchio è egnale al rettangolo fatto dal semidiametro, & semicirconferenza, & però il lato del quadrato eguale ad esso rettāgolo è medio proportionale fra le due rette, mostranti detti semidiametri, & semicircōferenza, à noi bastarà pigliare la retta A n, che sia propinqua eccedente alla semicirconferenza, & però al quintuplo della già detta c n, *(& sia A i,)* giōgere l'$\frac{1}{12}$. della istessa c n, ò vogliamo dire giongere la mità della u n, *(sesta parte di detta c n,)* & sia i n, facendone la A n, & in essa da vno de'suoi dui termini, poniamo dal primo A, segnare il semidiametro a c, & poi sopra alla A n, *(presa come diametro)* formare vna semicirconferēza, in essa notare il punto l, al quale arriuasse vna retta da partirsi dal punto c, perpendicolarmente alla A n, dal qual punto l, all'estremo A, si tiri la retta l A, che ella sarà media proportionale fra n A, & A c, *(perche imaginato il triangolo n l A, che hauerà l'angolo l, retto, per essere fatto nel mezo cerchio, & da esso angolo l, alla base oppostali n A, essendo intesa tirata la perpendicolare l c, diuidendo la base nelle due parti n c, sinistra, & c A, destra, ne segue, che il lato destro A l, sia medio proportionale fra la totale base n A, & la sua parte similmente destra A c)* & però il quadrato, che si descriua sopra ad essa retta l A, sarà eguale al rettangolo di n A, in A c. & consequentemente esso quadrato sarà propinquo *(eccedente)* alla grandezza del cerchio dato, che posto il diametro del cerchio 200. & consequentemente il semidiametro 100. detta l A, saria quasi 177$\frac{1}{4}$. Et la grādezza del quadrato saria quasi 31416$\frac{1}{4}$. che è poco maggiore della vera grandezza del cerchio, che non arriua à 31415$\frac{9}{10}\frac{8}{100}$.

diametro d a, 200
semidiametro c a, 100
sua mità 50
semidiametro c s, 100
m s, ℞ 12500
però c n, ℞ 12500. m̄ 50
n u, ℞ 347$\frac{2}{9}$. m̄ 8$\frac{1}{3}$
sua mità n i, ℞ 86$\frac{2}{3}\frac{9}{6}$. m̄ 4$\frac{1}{6}$
A i, ℞ 312500. m̄ 250
A n, ℞ 312500. m̄ 250. p̄
(℞ 86$\frac{2}{3}\frac{9}{6}$. m̄ 4$\frac{1}{6}$)
cioè A n, ℞ 323003$\frac{1}{3}\frac{7}{6}$. m̄ 254$\frac{1}{6}$

n i, in i A, entra volte 60. però
n i, in n A, entra volte 61.
n i, ℞ 86$\frac{2}{3}\frac{9}{6}$. m̄ 4$\frac{1}{6}$
via 61

℞ 3721 | 6) 170000
1860$\frac{1}{2}$ | 6) 28333$\frac{1}{3}$
930$\frac{1}{4}$ | 4722$\frac{2}{9}$
206$\frac{1}{2}\frac{1}{8}$
320006

℞ 323073$\frac{1}{3}\frac{7}{6}$. m̄ 254$\frac{1}{6}$. A n.
via 100 A c.

fà ℞ 32300347222$\frac{2}{9}$. m̄ 25416$\frac{2}{3}$

5 6 8
930
568 $\frac{379}{1136}$. & più, Cioè A n, 314$\frac{1}{6}$. & più, che è la semicirconferenza, quando il semidiametro è 100.

l A, ℞ L 3230034722$\frac{2}{9}$. m̄ 25416$\frac{2}{3}$. ⅃
suo quad. 3230034722$\frac{2}{9}$. m̄ 25416$\frac{2}{3}$
quasi 5 6 8 3 3$\frac{6}{2}$
940
3794
38582
44833
113666

però quasi 31416$\frac{1}{4}$. è la grādezza del quad.

1 7 7
251
87 $\frac{29}{118}$. quasi $\frac{1}{4}$
354

però quasi 177$\frac{1}{4}$. è l'A, lato del quadrato, quando il diametro è 200. ma quando il diametro sia 100. allhora l'A, saria quasi 88$\frac{5}{8}$. Cioè l'A, non arriua del diametro alli $\frac{8}{10}$. & $\frac{8}{10}$. di decimo, & $\frac{1}{2}$. decimo di decimo, & $\frac{1}{4}$. di $\frac{1}{2}$. decimo di decimo, che i Pratici scriueriano così $\frac{8}{10}$. $\frac{8}{10}$. $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{4}$. & dicono, infilzandolo, che significa $\frac{7\,0\,0}{8\,0\,0}$. che è bene

$\frac{88\frac{5}{8}}{100}$

Alcune

Alcune considerationi intorno alle trasmutationi, ò trasformationi nelle figure curuilinee, & miste di archi di parte circonferentiali di cerchio.

SIA il settore a q r d, la terza parte del suo cerchio, cioè l'arco q r d, sia l'vn terzo della circonferenza del cerchio, & però la corda q d, sia il lato del triangolo equilatero da inscriuere in esso cerchio, & sia dato, ò posto il semidiametro a r, 12. che così a m, & anco m r, sarà 6. la q m, ℞ 108. & così la m d, & però tutta la corda q d, sarà ℞ 432. alla quale sia inteso equidistante il semidiametro a e, ouero il diametro e a g, & si tiri la corda c d, & preso l'arco c e, eguale alla mità dell'arco q r d, *(diuiso per mezo in r,)* si tiri la retta r e, che sarà equidistante alla c d, *(come si dimostrarà con particolare Lemma, ò Propositione nel fine)* & allhora la figura quadrilatera mista contenuta fra le due rette equidistanti r e, c d, & dui archi circonferentiali eguali c e, d r, sarà eguale al settore a q r d, & però sarà la terza parte del cerchio; Perche imaginata la retta q c, corda dell'arco q r d c, eguale all'arco r d c e, *(perche oltre la parte commune r d c, l'vna hà di più la c e, eguale alla q r, che di più hà l'altra, perche ciascuna d'esse c e, q r, dalla construttione è eguale all'arco r d, mità del q r d,)* ella sarà eguale alla r e, & perciò la portione di cerchio q c d r q, eguale alla portione e r d c e, onde da ciascuna d'esse due portioni cauata la portioncella c d, la restante figura cõtenuta dalli dui eguali archi c e, d r, & due rette equidistanti c d, e r, sarà eguale alla figura contenuta dalle due rette c q, c d, & arco d q, ma à questa figura è eguale il settore a q r d, *(perche il triangolo rettilineo equicrure a q d, è eguale al triangolo rettilineo q d c, considerati hauere la q d, per base commune, & essere fra le due equidistãti q d, a c, onde gionto à ciascuno communemente la portione q r d, del cerchio, l'vna somma, ò figura sarà eguale all'altra somma, che è l'altra figura)* però all'istesso settore sarà anco eguale la figura di due rette equidistanti e r, c d, & dui archi c e, d r.

LEMMA.

SE dalli dui termini d'vna retta accommodata nel cerchio si piglia no da vna banda, & dall'altra dui archi eguali, & fra gl'altri dui termini loro si tiri vna retta, ella sarà equidistante alla retta accommodata nel cerchio.

Accommodata la retta g d, nel cerchio sia il punto a, lontano dal d, quanto il c, dal g, cioè l'arco d a, eguale al c g, & però la corda d a, alla corda g c, & tirata la c a, si dice ella essere equidistante alla g d; Per dimostrarlo, intesa la retta d a, & anco la g c, si dice l'angolo c a d, essere eguale all'a c g, perche la base circonferentiale c g d, dell'vno, è eguale alla base circonferentiale a d g, dell'altro *(che a d, è eguale à c g, & g d, è commune)* Ancora dalli punti d, & g, si tirino alla a c, le perpendicolari d r, g t, & considerati i dui triangoli rettangoli d r a, g t c, nelli quali ancora l'angolo a, è eguale al c, sarà il d, eguale al g, & però essendo equiangoli, haueranno i lati proportionali, ma il d a, dell'vno è eguale al g c, dell'altro dal supposito, però ancora d r, sarà eguale al g t, & di più esse rette d r, g t, sono equidistanti, perche li dui angoli r, & r, retti interni gionti insieme sono egnali à dui angoli retti; perilche ancora le due g d, & t r, *(cioè c a,)* che le congiungono insieme sono anco elle equidistanti, come si volea mostrare.

PROPOSITIONE, O LEMMA CONVERSO AL SVPERIORE.

SE in vn cerchio due rette siano equidistanti, ancora l'arco da vna banda, che è fra loro sarà eguale all'arco, che dall'altra banda è similmente fra loro.

Siano le due equidistanti g d, a c, Dal centro o, alla g d, si tiri la perpendicolare o n, che la segarà perciò per mezo, & si allunghi fino, che peruenga alla a c, & occorra in s, che perciò per la equidistanza delle g d, a c, essendo gl'angoli all'n, retti, retti ancora saranno gl'angoli all's, & le due parti s a, s c, della a c, segata ad angoli retti dal diametro, saranno eguali fra loro, & si tirino i semidiametri o g, o d, o a, o c, che nelli triangoli equicruri g o d, a o c, l'angolo g, sarà eguale al d, & l'a, al c, onde nelli triangoli rettangoli g n o, d n o, l'angolo o, sarà eguale all'o, & similmente nelli triangoli rettangoli a s o, c s r, l'angolo o, sarà eguale all'o, però il restaute angolo g o a, da vna banda sarà eguale al restante angolo d o c, dall'altra, onde imaginate le due rette g a, d c, basi de i dui triangoli equicrurij g o a, d o c, perche l'angolo o, de i dui lati dell'vno è eguale all'angolo o, de i dui lati dell'altro, ancora la base *(ò corda)* g o, dell'vno sarà eguale alla base *(ò corda)* d c, dell'altro, perilche ancora l'arco g a, sarà eguale all'arco d c, Et nella seconda figura, considerati i dui triangoletti rettangoli o n i, o n m, ancora l'angolo i, sarà eguale all'm, il lato o i, al lato o m, & l'n i, all'n m, *(perche essendo essi equiangoli saranno di lati proportionali, & però essendo il lato o n, dell'vno eguale all'istesso o n, dato dell'altro, gl'altri lati*

tri lati dell'vno saranno eguali à gl'altri lati dell'altro, ciascuno al suo relatiuo) onde l'angolo g i a, *(contraposito, & però eguale all'o i n,)* sarà eguale al d m c, *(contraposito, & però eguale all'o m n,)* & la retta g i, restante della n g, sarà eguale alla d m, restante della d n, & similmente la retta i a, restante del semidiametro o a, sarà eguale alla retta m c, restãte del semidiametro o c, onde imaginate le rette g a, d c, basi de i dui triangoli g i a, d m c, perche i dui lati g i, i a, con il suo angolo i, dell'vno, sono eguali alli dui lati d m, m c, con il suo angolo m, dell'altro, ancora la base *(ò corda)* g a, sarà eguale alla base *(ò corda)* d c, & però l'arco g a, all'arco d c, come si volea mostrare.

Noi poi attualmente ancora potiamo trasmutare, ò trasformare l'istesso settore a q r d, nella figura di due rette equidistanti r e, d c, & dui archi r d, e c, operãdo così; Segnato il punto n, doue il semidiametro a d, sega la retta r e, Dal settore si seghi la figura contenuta dalle tre rette r n, n a, a q, & arco q r, *(che la restante parte del settore contenuta dalle due rette r n, n d, & arco d r, è commune ad esso, & all'altra figura A, (che A, chiamaremo la contenuta dalle rette r e, d c, & archi r d, c e,)* Ancora intesa la retta r q, si seghi la portione piccola q r, & il restante quadrilatero rettilineo q r n a, si trasmuti nel quadrilatero rettilineo à lui eguale *(intesa tirata la retta, ò corda c e, che è eguale alla corda q r, così come è l'arco c e, eguale dalla construttione all'arco q r; & l'vna portione piccola all'altra)* d n e c, & voltato in modo, che la retta, quale sarà eguale alla n d, sia sopra alla n d, & la retta, che sia eguale alla c e, sia sopra alla c e, & posta la portione piccola q r, nel vacuo, ò portioncella c e, haueremo composta la figura A, con il settore a q r d, cioè trasformato l'istesso settore nella figura A.

Et conuersamente data la figura quadrilatera A, contenuta da due rette equidistanti, & da dui archi, ò parti di circonferenze eguali, la potremo trasformare in vn settore di cerchio, cioè in vna figura triangolare, contenuta da due rette, & da vna parte di circonferenza di cerchio.

Se ancora fatto cẽtro il punto m, doue la corda q d, è segata per mezo, & semidiametro vna delle m q, m d, segnaremo la semicirconferenza q x d, formãdo la figura curuilinea corniculare q r d x q, ella non sarà già eguale al triãgolo rettilineo equicrure a q m, ma potremo bene cercare se si troui la sua grandezza così. Essendo il semidiametro a r, del cerchio grande 12. & perciò la sua mità a m, 6. sarà m q, semidiametro del cerchio minore ℞ 108. Et perche la proportione de i cerchi è come la proportione de i quadrati de i diametri, & però de i quadrati de i semidiametri loro, sarà dal grãde al minore, come da 144. à 108. *(ò schisando)* come da 4. à 3. Onde di quelle misure, delle quali il cerchio grande ne contiene 4. il piccolo ne contenirà 3. però quando il cerchio grande è 4. il minore è 3. onde l'$\frac{1}{4}$. del grande, cioè il settore a g r d, è $1\frac{1}{3}$. Et il mezo cerchio d q x, è $1\frac{1}{2}$. ma leuando i rotti, quando il settore è 8. il mezo cerchio minore è 9. onde il settore è superato dal mezo cerchio in 1. di quelle misure, delle quali il cerchio grande è 24. & il piccolo è 18. perilche leuando & dal settore, & dal mezo cerchio la portione q m d r, ad essi commune, ancora il restante triangolo equicrure rettilineo a q d, sarà superato dalla restante superficie curuilinea corniculare q r d x, nel medesmo 1. cioè nella medesima vna, misura di quelle, delle quali il cerchio grande è 24. Il mezo cerchio piccolo 9. & il settore 8. onde pigliando l'$\frac{1}{9}$. del mezo cerchio piccolo *(che saria la mità del settor d'esso cerchio picaolo, che per base hauesse l'$\frac{1}{9}$. della circonferenza, il che Geometricamente non si saperia fare; non sapendosi diuidere la circonferenza in 9. parti, ò archi eguali, la corda di ciascuno de' quali saria il lato del nonagono regolare da inscriuere in esso cerchio)* ò l'$\frac{1}{8}$. del settore a q r d, che si potrà fare, diuidendo il suo mezo arco q r, ò vn'arco eguale ad esso q r, in due parti eguali, & ciascuna d'esse in due altre parti eguali, & sia quest'$\frac{1}{8}$. dell'arco q r d, ò d'arco à lui eguale il q b, che tirata dal centro la retta a b, questo piccolo settore a q b, sarà quell'$\frac{1}{8}$. del settore grande a q r d, in che la figura corniculare supera il triangolo equicrure rettilineo, perilche inteso esso settore piccolo accompagnato al detto triangolo equicrure, ne segue, che il quadrilatero b a d q, terminato da dui semidiametri a b, a d, del cerchio grande, & dalla retta d q, *(semidiametro del cerchio piccolo, che è il lato del triangolo equilatero, che si inscriuesse nel cerchio grande)* & dall'arco q b, *(che è l'$\frac{1}{3}$ $\frac{1}{8}$. della circonferenza del cerchio grande istesso)* sia eguale alla figura curuilinea corniculare q r d x q, serrata dalle due linee curue q r d, *(terza parte della circonferenza del cerchio grande)* & q x d, mità della circonferenza del cerchio piccolo; onde habbiamo formata vna figura *(che è il quadrilatero di tre rette b a, a d, d q, & vna curua q b,)* eguale alla figura corniculare r d x q, ma non habbiamo già trouata la grandezza d'essa figura, & ci accorgiamo non poterla trouare, perche conuerria sapere trouare la grandezza del cerchio grande *(ò piccolo)* il che non sappiamo fare con la sola notitia del suo diametro, perche mediante il diametro nõ sappiamo trouare la precise circonferẽza, come faria di bisogno, per arriuar poi alla grandezza del cerchio; Potremo bene trouare la lunghezza delle linee rette tirate, ò imaginate nella Operatione,

Che

Che quanto alle due equidistanti c d, e r, Perche a c, semidiametro 12. è (*dalla construttione*) equidistante alla m d, ℞ 108. intesa questa m d, allungara fino in p, talmente, che tutta m p, sia 12. eguale alla a c, & che perciò tirata la c p, ella sia eguale, & equidistante alla a m, 6. formando l'angolo retto c p d, con la p d m, perche allhora la d p, sarà m p, 12. manco d m, ℞ 108. cioè sarà 12. m̄ ℞ 108. al suo quadrato 252. m̄ (℞ 108. *volte* 24.) gionto il 36. quadrato di p c, la somma 288. m̄ (℞ 108. *via* 24.) sarà il quadrato di c d, onde la ℞ di questa quantità sarà la lunghezza di c d, cioè c d, sarà ℞ 216. m̄ ℞ 72. Quãto mò alla r e, cercaremo la q c, alla quale essa r e, è eguale, & ci seruirà il triangolo rettangolo q p c, che hà per base q p, 12. m̄ ℞ 108. (*perche p m, è 12. & m q, è ℞ 108.*) & per altezza, ò perpendicolare la p c, onde al quadrato di q p, gionto il quadrato di p c, & della somma (*che sarà il quadrato di q c,*) presa la ℞ (*la quale ℞ senz'altra operatione sappiamo douer'essere ℞ 216 p̄ ℞ 72. che è il binomio di ℞ 216. m̄ ℞ 72. trouato nella operatione fatta per la c d, così come q p, 12. p̄ ℞ 108. è il binomio di 12. m̄ ℞ 108. già adoprato, & c p, ò suo quadrato 36. è l'istesso adoprato nella superiore operatione*) haueremo ℞ 216. p̄ ℞ 72. per la retta q c, & però per la retta r e, onde la maggiore r e, è vn binomio ℞ 216. p̄ ℞ 72. Et la minore c d, è il suo residuo ℞ 216. m̄ ℞ 72. Ancora per trouare la lunghezza di queste c d, e r, si poteua (*senza vscire fuori del cerchio*) dal punto d, imaginarsi alla a c, la perpendicolare d u, che per essere eguale alla a m, è 6. & la a n, eguale alla m d, è ℞ 108. onde u c, resta 12. m̄ ℞ 108. il quadrato della quale giunto à 36. quadrato di u d, formarà il quadrato di c d, & però essa c d, sarà ℞ 216. m̄ ℞ 72. come si è detto,

d p, 12
suo quadr. 252. m̄ (℞ 108. *via* 24)
quad. di c p, 36

quadr. di c d, 288. m̄ (℞ 108. *via* 24)

288. via 288	108. via 576
216	216. via 288

72. via 288

cioè 144. via 144. è la differenza de i quadrati delli dui nomi del residuo, che è quadrato di c d, però la ℞ di essa differenza è 144. la mità della quale, cioè 72. gionta, & cauata à 144. mità di 288. maggior nome del residuo, ne resultano 216. & 72. delle quali prese le ℞, & cauata la minore dalla maggiore, haueremo ℞ 216. m̄ ℞ 72. che è la ℞ del residuo detto, che è quadrato di c d, però essa c d, sarà ℞ 216. m̄ ℞ 72.

Poi per la r e, potremo dire, che essendo ella segata in s, dal diametro c a g, il dutto di r s, in s e, è eguale al dutto di c s, in s g, onde cercando di conoscere la lunghezza di ciascuna di queste 4. linee, potremo considerare, che il triangolo rettangolo r a s, è simile, & però di lati proportionali al triangolo rettãgolo d u c, onde si come a r, 12. è doppia ad u d, 6. ancora r s, sarà doppia à d c, & però essa r s, è ℞ 864. m̄ ℞ 288. & a s, sarà doppia ad u c, & però essa a s, è 24. m̄ ℞ 432. quale gionta ad a g, semidiametro 12. fà 36. m̄ ℞ 432. per s g, ma cauata dal semidiametro a c, 12. resta ℞ 432. m̄ 12. il prodotto loro, cioè di s g, in s c, è ℞ 432. volte 48. m̄ 864. & questo deue anco essere il prodotto di r s, in s e, onde partito per r s, ℞ 864. m̄ ℞ 288. ne viene ℞ 648. m̄ ℞ 216. & questo è s e, che gionta ad s r, ℞ 864. m̄ ℞ 288. fà ℞ 216. p̄ ℞ 72. & questo è la totale r e; Ciascuna delle corde q r, r d, c, e, è eguale al semidiametro a c, però è 12. la retta a m, mità del semidiametro, & eguale alla m r, è 6. la m x, eguale alla m q, è ℞ 108. che cauatone m r, 6. resta ℞ 108. m̄ 6. per la r x, larghezza maggiore della figura corniculare q r d x q. Et se bene questo modo da trouare la r e, è più lungo del già adoprato, egli si mostra, acciò lo Studente si facci esperto, & sappia anco operare in diuersi modi, secondo le occorrenze. Et perche essa figura corniculare è eguale al quadrilatero detto a b q m d, giõto à ciascuna la portione q m d r q l'vna sõma, che è il mezo cerchio q d x, sarà eguale all'altra somma,

partitore r s, ℞ 864. m̄ ℞ 288	℞ 432. via 48. m̄ 864
schisato per 4. ℞ 54. m̄ ℞ 18	℞ 432. m̄ 18
& per 3. ℞ 6. m̄ ℞ 2	via ℞ 6. p̄ ℞ 2
suo binomio ℞ 6. p̄ ℞ 2	fà ℞ 2592. m̄ ℞ 6. via 18
partitore simplice 4. che via 3.	p̄ ℞ 864. m̄ ℞ 2. via 18
& 4. schisatori fà 48. col quale	la ℞ 864. è ℞ 6. via ℞ 144
partiremo la quãtità da partire	cioè ℞ 6. via 12. che cauatone ℞ 6. via 18. la differenza è ℞ 6. via 6. & è m̄, cioè è ℞ 6. via ℞ 36. che fà ℞ 216. & è m̄. Ancora ℞ 2592. è ℞ 2. via ℞ 1296. cioè ℞ 2. via 36. che cauatone ℞ 2. via 18. resta ℞ 2. via 18. cioè ℞ 648. però il prodotto totale è ℞ 648. m̄ ℞ 216.

che è il settore a b q r d, che hà per base circonferentiale d q, q b, cioè l'$\frac{1}{4}$. & l'$\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$. che fà li $\frac{1}{3}$. della circonferenza del cerchio grande, & però è li $\frac{1}{3}$. del cerchio grande, che è eguale al mezo cerchio piccolo, però il totale cerchio piccolo saria li $\frac{3}{4}$. del cerchio grande, onde quãdo il piccolo sia 3. il grande douerà essere 4. come ben conuiene con il discorso già fatto nel trouare la proportione loro. Et se dato il cerchio di semidiametro a r, 6. se gli assegnasse la corda q d, 8. da lui segata per mezo, & però ad angoli retti in m, potremo ben sapere, facendo

vn mezo cerchio, che habbi per diametro q d, 8. che proportione sia dal cerchio maggiore al minore, che sarà come da 36. à 16. quadrati de' loro semidiametri, & che a m, è ℞ 20. m t, 6. m̃ ℞ 20. & che perciò r n, maggior larghezza della lunula è ℞ 20. m̃ 2. ma nõ potremo già sapere la differenza delle grandezze del settore a q d, & mezo cerchio q d n, & però ne anco la differenza delle grandezze del triãgolo equicrure rettilineo n q d, & lunula q r d n q, perche se bene ci è noto la corda q d, essere 8. & il diametro del cerchio 12. non sappiamo l'arco q r d, che parte sia precise di circonferenza *(si sapria bene propinquo al vero, seruendoci delle Tauole di corde, & archi, ò de' sini)* & però ne manco sapressimo precise, che parte sia il settore del suo cerchio, & però ne manco sapremo, che conuenienza sia fra il settore istesso, & il mezo cerchio piccolo.

Et se nel cerchio di semidiametro a q, 6. si tirasse la corda q d, lato del quadrato da inscriuerli, & però che sia ℞ 72. & sù per la dirittura del semidiametro a r, segante ad angoli retti, & però per mezo la corda q d, si troui il punto c, che sia centro del cerchio, nel quale il lato del triangolo equilatero, che se li inscriuesse sia la istessa q d, ℞ 72. *(& si trouarà segnando il punto b, cima del triangolo equilatero, che si formasse sù la q d, & diuiso vno de' suoi lati b q, ouero q d, per mezo ad angoli retti con retta tirata verso la a r, segnare il punto c, doue essa a r, sia segata, che esso punto c, sarà il centro del cerchio cercato)* & fatto centro esso punto c, & semidiametro c q, ouero c d, segnato l'arco q n d, allhora il settore c q n d, sarà la terza parte del suo cerchio piccolo, & il settore a q r d, sarà la quarta parte del suo cerchio maggiore, & perche q m, semilato del triangolo equilatero è potentialmente li $\frac{3}{4}$. del semidiametro, & però potentialmente triplo alla c m, semisemidiametro essa c m, sarà ℞ 6. come è ancora la m n, & il semidiametro c n, ò c q, ò c d, sarà ℞ 24 onde la proportione del cerchio maggiore al cerchio minore sarà come di 36. *(quadrato di a q, semidiametro)* à 24. *(quadrato di c q, semidiametro)* ò *(schisato)* come di 3. à 2. però di quelle misure, di che il cerchio maggiore sia 36. il suo settore a q r d, ne sarà 9. Il cerchio minore ne sarà 24. & il suo settore c q n d, ne sarà 8. & così il settore del cerchio grãde superarà il settore del cerchio piccolo in vna vnità, che è l'$\frac{1}{36}$. del cerchio grande, ò l'$\frac{1}{24}$. del cerchio piccolo; onde da ciascuno de i dui settori leuatane la parte commune o q r d c. *(che è pure anco ella vn settore)* contenuta dal triangolo rettilineo equicrure c q d, *(parte del settore del cerchio piccolo)* & dalla portione q m d r q, *(parte del settore del cerchio grande)* il restãte quadrilatero rettilineo a q c d, del grande, superarà la restante lunula q r d n q, del piccolo nella medesima vnità, che è l'$\frac{1}{24}$. del cerchio piccolo, ò l'$\frac{1}{36}$. del grande; Et il solo triangolo c a q, che è mezo il quadrilatero a q c d, superarà la sola meza lunula q r n, in $\frac{1}{2}$. che è l'$\frac{1}{72}$. del cerchio grãde, ò l'$\frac{1}{48}$. del piccolo. Et delle rette occorrenti, perche a m, *(eguale à q m,)* è ℞ 18. cauatone m c, ℞ 6. la restante c a, è ℞ 18. m̃ ℞ 6. Ancora il semidiametro a r, *(eguale ad a q,)* è 6. & la sua parte a m, è ℞ 18. però la restante m r, è 6. m̃ ℞ 18. & questa con c m, ℞ 6. fà 6. p̃ ℞ 6. m̃ ℞ 18. per la c r; Di più il semidiametro c n, eguale al c q, è ℞ 24. dal quale cauato la sua parte c r, 6. p̃ ℞ 6. m̃ ℞ 18. resta ℞ 18. p̃ ℞ 6. m̃ 6. che è la r n; Ouero dalla m n, ℞ 6. *(semidiametro del cerchio piccolo eguale alla m c,)* cauato la sua parte m r, trouata essere 6. m̃ ℞ 18. il restante ℞ 18. p̃ ℞ 6. m̃ 6. sarà la r n, larghezza della lunula q r d n q. Et se del cerchio minore, nel quale la q d, ℞ 72. è il lato del triangolo equilatero da inscriuerli, la cima d'esso triangolo fusse in z, fuori del cerchio grãde, essendo x, il centro del cerchio, & formandosi la superficie curuilinea corniculare q r d z, allhora la retta z m, *(perpendicolare nel triangolo equilatero)* saria ℞ 54. dalla quale cauato la parte m r, 6. m̃ ℞ 18. il restante ℞ 54. p̃ ℞ 18. m̃ 6. sarà la r z, larghezza della lunula, & se ne cauaremo x z, semidiametro ℞ 24. il restãte ℞ 18. p̃ ℞ 6. m̃ 6. sarà x r, *eguale alla r n, larghezza della lunula nella antecedente figura)* & se da ciascuno de i dui cerchi intenderemo leuata la loro commune parte q u d r q, contenuta dal composto della q m d r q, portione del cerchio grande, & dalla q m d u q, portione del cerchio piccolo, la restante lunula q u d o q, del grande superarà la restante lunula q r d z e, del piccolo nel medesimo 12. in che il 36. cerchio grande supera il 24. cerchio piccolo; & perche 12. è l'$\frac{1}{3}$. di 36. ò l'$\frac{1}{2}$. di 24. la differẽza d'esse due lunule sarà quanto l'$\frac{1}{3}$. del cerchio grande, ò quanto è la mità del cerchio piccolo.

c a, base	℞ 18. m̃ ℞ 6
q m, altezza	℞ 18
prodotto	18. m̃ ℞ 108
la mità è	9. m̃ ℞ 27
grãdezza del triãg. q c a.	

Ancora habbiasi il cerchio del centro c, & semidiametro c s, ò c e, 6. & in esso l'arco s e, *(diuiso per mezo in r,)* sia la quarta parte della circonferenza, & però s e, lato del quadrato da inscriuerli sia ℞ 72. alla quale sia tirato equidistante il semidiametro c n, che perciò imaginatolo allungato in x, l'arco x s, r e n, sarà dui quarti della circonferenza, & però doppio all'arco s e; & perche l'arco x s, è eguale all'arco n e, *(per la equidistãza delle rette x n, s e,)* ciascuno d'essi archi sarà l'$\frac{1}{8}$. della circonferenza, & però eguale à ciascuno dei dui s r, r e, onde anco le 4. corde di detti 4. archi x s, s r, r e, e n, saranno eguali fra loro, & ciascuno sarà lato dell'ottagono

equila-

equilatero da inſcriuere nel cerchio, & per numero è ℞ L 18. m̄ ℞ 162. ⅃ (*cioè circa à 2 — $\frac{7}{6}$.*) Hora preſo dal punto n, l'arco n o, eguale all'e r, & tirata la r o, che perciò ſarà equidiſtãte alla e n, (*& l'arco n o, anco egli ſerà eguale all'e n, & però la corda n o, ſaria eguale alla corda e n,*) haueremo formato il quadrilatero miſto ſerrato dalle due rette equidiſtanti r o, e n, & dalli dui archi r e, n o, qual quadrilatero ſarà eguale al ſettore c s e, & però ſarà la quarta parte del cerchio; Ancora diuiſo l'arco s r, per mezo in u, & di lì al centro c, & fino alla circonferenza tirato il diametro u t, egli ſarà equidiſtante alla retta r o, perche l'arco o t, ſarà eguale all'arco u r, eſſendo ciaſcuno d'eſsi l'$\frac{1}{8}$. della ſemicirconferenza (*che u r e n o, è li $\frac{1}{4}$. e mezo della ſemicircõferenza, come anco il t o n e r, onde così il reſtante o t, come l'u r, è $\frac{1}{8}$. di ſemicirconferenza*) & perche il mezo cerchio, che hà per diametro t u, & ſemicirconferenza l'arco u r e n o t, è doppio all'$\frac{1}{4}$. del cerchio, & però è doppio al quadrilatero miſto detto o r e n, di due rette equidiſtanti o r, e n, ne ſegue, che la portione e n, contenuta dall'arco e n, & ſua corda e n, gionta al quadrilatero t u r o, contenuto dal diametro t u, & retta à lui equidiſtante r o, & archi u r, o t, ſia anco egli l'$\frac{1}{4}$. del cerchio, & eguale à detto quadrilatero miſto o r e n, dal quale o r e n, ſe leuaremo la portione n g e, fatta eguale alla portione n h e, (*& ſi fà inteſo la retta c z, che diuida per mezo, & però ad angoli retti la corda e n, in l, & che l z, ſia eguale à c l, acciochè z e, & z n, ſia eguale al ſemidiametro c n, & c e, & però fatto centro z, & ſemidiametro z e, ouero z n, & ſegnato l'arco e g n, egli ſarà ſimile, & eguale all'arco e n, che hanno la corda e n, commune*) la reſtante figura quadrilatera miſta, cõtenuta dalli tre archi eguali r e, e g n, n o, & retta o r, ſarà eguale al quadrilatero miſto t u r o; & ſe tiraremo dalli punti r, & o, le due r x, o p, perpendicolari alla t u, che perciò la r x, ſarà ſemicorda dell'arco r u s, & la figura r x u, ſarà mità della iſteſſa portione r x s u r, & però eguale alla mità della portione r e, inteſo tirata la ſua corda r e, & però la figura p t o, eguale alla x u r, elle gionte inſieme ſaranno eguali alla portione r e; queſta leuata dal quadrilatero miſto o r e g n o, & però in vece del termine arcuale r e, preſo la retta r e, vedremo, che la reſtante figura quadrilatera miſta o r e g n o, contenuta dalle due rette o r, r e, & dalli dui archi e g n, conueſſo, & n o, cõcauo (*eguale di lunghezza, & ſimili*) ſarà eguale al quadrangolo rettãgolo o p x r quale è di grandezza reperibile, perche la retta o r, & per cõſequenza la p x, à lei eguale è la ſubteſa à tre lati dell'ottagono equilatero da inſcriuere in eſſo cerchio di diametro noto 12. & ciaſcun lato dell' ottagono è ℞ L 72. m̄ ℞ 2592 ⅃ & la retta r x, & cõſequentemente la o p, à lei contrapoſita eguale è la mità della retta r s, lato dell'ottagono, & però è ℞ L 18. m̄ ℞ 162 ⅃ & il dutto di r x, in r o, che ſarà la grandezza del quadrangolo rettangolo r x p o, moſtrarà ancora la grandezza del quadrilatero miſto contenuto, ò terminato dalle due rette o r, r e, & dui archi e g n, n o; Ma trouiamo la lunghezza di r o, ouero x p, il che facilmente potremo fare così; Percha il diametro u t, ſega per mezo nel cerchio la corda s r, il dutto di u x, in x t, parti del diametro è eguale al dutto di r x, in x s, ò vogliamo dire al quadrato di x r; qual quadrato è 18. m̄ ℞ 162. Conuien dunque diuidere u t, 12. in due parti tali, che il prodotto loro ſia queſto 18. m̄ ℞ 162. & ſi fà cauando queſto 18. m̄ ℞ 162. da 36. quadrato di 6. mità del 12. & del reſtãte 18. p̄ ℞ 162. ſi piglia la ℞ quadra, che è ℞ L 18. p̄ ℞ 162 ⅃ & queſto ſi giũge,

Sia c n, ſemidiametro 6
s e, lato del ■ da inſcriuere ſarà ℞ 72
i e, ſua mità ℞ 18
c i, & però n m, ℞ 18
i r, 6 m̄ ℞ 18. & però eguale a d e m, & perche anco i e, è eguale ad m n, ſarà r e, eguale ad e n.

e m, ouero i r, 6. m̄ ℞ 18
6. m̄ ℞ 18
ſuo quad. 54. m̄ ℞ 2592
quad. di n m, ouero i e, 18

quad. di e n, ouero e r, 72. m̄ ℞ 2592
però e n, ouero e r, lato dell'ottagono da inſcriuere nel cerchio è ℞ L 72. m̄ ℞ 2592 ⅃ r x, mità di r s, & però mità di r e, ouero di n e, è ℞ L 18. m̄ ℞ 162 ⅃
x u, 6. m̄ ℞ L 18. p̄ ℞ 162 ⅃
t p, 6. m̄ ℞ L 18. p̄ ℞ 162 ⅃
ſomma loro 12. m̄ ℞ L 72. p̄ 2592 ⅃
cauata da u t, 12. reſta x p, onde eſſa x p, & però r o, à lei eguale ſarà ℞ L 72. p̄ ℞ 2592 ⅃

r x ℞ L 18. m̄ ℞ 162 ⅃
via x s, ℞ L 18. m̄ ℞ 162 ⅃
prodotto 18. m̄ ℞ 162
u t, 12. ſua mità 6. Il quadrato è 36
cauatone 18. m̄ ℞ 162. reſta
18. p̄ ℞ 162. la ſua ℞ è
℞ L 18. p̄ ℞ 162 ⅃ quale ſi giũge, & caua à, 6. mità di u t, & ne reſultano le parti x t, & x u, però elle ſono
x t, 6. p̄ ℞ L 18. p̄ ℞ 162 ⅃
x u, 6. m̄ ℞ L 18 p̄ ℞ 162 ⅃
r o, ℞ L 72 p̄ ℞ 2592 ⅃
via r x, ℞ L 18. m̄ ℞ 162 ⅃

1296. m̄ ℞ 2. via 9. via ℞ 2. via 36
cioè m̄ 2. via 9. via 36. che fà 648
produce ℞ L 1296. m̄ 648 ⅃ cioè ℞ L 648 ⅃ che è ℞ 648. cioè quaſi 25 $\frac{2}{5}$ $\frac{1}{6}$. che è la grandezza del quadrangolo rettangolo x r o p.

& caua

& caua al 6. mità del 12. & i dui resultanti 6. p̄ ℞ L 18. p̄ ℞ 162 ⅃ & 6 m̄ ℞ L 18. p̄ ℞ 162 ⅃ sono le due parti cercate x t, x u; Hora, perche p t, è eguale ad x u, la somma di p t, & x u, sarà il doppio di x u, cioè 12. m̄ ℞ L 72. p̄ ℞ 2592 ⅃ quale cauata dal totale diametro t u, 12. resta ℞ L 72. p̄ ℞ 2592 ⅃ per la x p, & però per la r o, subtensa à tre lati dell'ottagono *(quale si vede essere sempre il binomio del residuo, che mostra il lato dell'ottagono, quãdo il diametro del cerchio è num. rationale)* & perciò senza altro calcolo, subito che si troua e n, ouero e r, lato dell'ottagono essere il residuo ℞ L 72. m̄ ℞ 2592. ⅃ sapremo la r o, subtensa a' suoi tre lati essere il suo binomio ℞ L 72. p̄ ℞ 2592 ⅃ & questa r o, moltiplicata via r s, *(doppio di r x,)* cioè il binomio via il suo residuo, si vede subito, che produce ℞ L 5184. m̄ 2592 ⅃ cioè ℞ 2592. però la mità di questo prodotto, cioè ℞ 648. sarà il prodotto della sola r x, mità di r s, nella r o, che mostra la grãdezza del quadrangolo rettangolo o p x r, & però del quadrilatero misto terminato dalle rette o r, r e, & curue e g n, n o; Ciascuno de' quali quadrilateri, il rettangolo cioè, & il misto è eguale al quadrilatero rettilineo c s r e, poiche ciascuno di questi tre quadrilateri è tanto manco della quarta parte del cerchio, ò del settore c s r e, quãto importa il doppio della portione r e; Et q̃sto basti.

Anzi voglio pure anco mostrare come il rettilineo c s r e, cõtenuto da i dui semidiametri c s, s e, congiunti insieme ad angolo retto, & dalle due corde eguali s r, r e, si riduca egli stesso alla forma, ò al quadrangolo misto di o r, r e, rette, & e g n, n o, curue, & il modo è questo. Riducasi, ò trasformisi il rettilineo c s r e, nel rettilineo di 4. lati à lui eguale o r e n o, *(inteso tirata la corda, ò retta n o,)* che hauerà le 3. rette, ò lati r e, e n, n o, eguali fra loro, & allhora trouato il punto z, si segni l'arco e n, & si tagli la portione A, & si riporti all'in fuori sù la retta n o, eguale alla sua corda e n, & sarà fatto, ò formato il misto di rette o r, r e, & curue e n, n o.

Ma facile est inuentis addere. Ci accorgiamo, che non occorre trouare il punto z, ne importa, che parte di cerchio sia la portione A, poiche senz'altra consideratione si hà da riportare all'infuori sù la corda n o, quale è ben necessario, che sia eguale alla corda e n, acciò possa accommodaruisi; Ne importa, che la retta r e, sia eguale alle e n, n o, ne meno di che forma, ò numero di lati sia il rettilineo o r e n, in che si trasforma il dato rettilineo c s r e, quale anco egli non importa, che forma, ò numero di lati si habbi, Ma basta solo, che dui lati del da farsi siano eguali insieme, come quì sono le due corde e n, n o, da adoprare come s'è detto, Et se anco vi fussero, oltre i dui e n, n o, dui altri lati eguali, ò dui altri, &c. tutti essi eguali à dui à dui si potriano adoprare per corde di portioni da adoprare come la A, cioè da segare, & ponere in a, per di fuori, onde si può dire.

Dato vn rettilineo R, egli si può trasformare in vn misto, quale oltre il numero de' lati retti, che si voglino, habbi anco dui, ò 4. ò 6. ò 8. ò altro numero in numero paro di lati curui.

Che finto vn rettilineo S, à beneplacito di 10. 11. 12. ò 13. ò più, ò meno lati, de' quali dui, ò anco altrui dui, &c. siano eguali insieme à dui à dui, cioè nel quale S, si sia trasformato il dato R, Questi presi per corde, & segate delle portioni A, à beneplacito, elle si potranno riportare nelli luoghi a, à loro corrispondenti.

Dato A, misto del rettilineo A, & del curuilineo B, da trasmutare, ò trasformare in vn'altro misto, Tirata la retta R S, il rettilineo A, si trasmuta in vn'altro rettilineo a, à beneplacito, tale che habbi vn lato t s, eguale alla R S, & segata la parte, ò superficie curua B, ella si aggiunge al rettilineo a, ponendo la retta R S, sù la retta r s, à lei eguale, & così il misto A, sarà trasformato nel misto A.

Dato G, da trasformare in vn'altro g, misto, Si sono diuise le curuità, ò la curuità a n, in parti à beneplacito, & siano a c, c r, r n, & intese le rette a c, c r, r n, poi si è trasformato il rettilineo G, *(inteso cioè, che dalla banda a n, sia terminato non più dalla curuità a c r n, ma dalle tre rette a c, c r, r n,)* in vn rettilineo g, che habbi qual forma ci piaccia, ma tale, che tre de' suoi lati, ò continui, ò in diuersi luoghi *(ò che anco siano in vna istessa linea retta se ci piacerà)* siano ad vno ad vno eguali alle tre rette a c, c r, r n, & allhora accõmodate le tre conuessità, che entrano, cioè in dẽtro nel rettilineo, sminuẽdo esso rettilineo, si è così trasformato il misto G, nel misto g.

Dato M, misto da trasformare in vn'altro misto m, la curuità a n, si è diuisa in molte parti, & intese tirate le rette a c, c r, r s, s t, u x, x o, o g, g l, l n, riducendo, ò intẽdendo il misto M, ridotto à rettilineo, esso rettilineo si è poi trasformato in vn'altro rettilineo m, à beneplacito, tale che habbi noue lati *(come si voglino posti, ò con che ordine, ò doue ci piaccia posti, ò ad vno ad vno in diuersi luoghi, ò alcuni d'essi, quanti si voglino, accompagnati insieme angolarmente, ò in linea retta à beneplacito)* eguali alli noue detti a c, c r, r s, s t, u x, x o, o g, g l, l n, & allhora sopra li nuoui noue lati detti accommodate le conuessità, & concauità notate, sminuendo, & accrescendo il rettilineo formato doue, & come conuerrà, haueremo il misto nuouo, nel quale si verrà ad essere trasformato il misto M, dato.

SEGVITANO ALCVNI AVVERTIMENTI intorno alle figure Quadrilatere, & altre.

FIN quì si è trattato di diuerse cose concernenti all'ornamento della Scienza, hora si seguirà ad altre particolarmente vtili, & d'vso in Pratica, auuertendo gli Studiosi d'vno errore molto vsitato à commetterſi nelle misure della terra, & è, che nell'andare misurando i terreni, si suole formare in essi, ò con lo squadro, ò senza alcuni gran quadrangoli, quali molte volte suppongono hauere gl'angoli retti, onde perciò doueriano hauere i lati contrapositi eguali fra loro; & nel misurarli manualmente spesse volte vi trouano molta differenza nel numero delle pertiche, onde non seruendosi per vera misura ne della più lunga, ne della più corta delle contraposite, adoprano per vera la mità della somma loro, che di tanto è superata dalla più lunga di quanto ella supera la più corta; Qual modo, perche può causare molte volte, che la grandezza del quadrangolo così trouata sia lontana dal vero in quantità importante, lo andaremo esaminando, & mostrando anco il modo reale, & sicuro da trouare la grandezza vera. Sia perciò proposto il quadrangolo a b c d, nel quale il lato a b, si dica essere 40. pertiche, & d c, 44. Ancora a d, si dica essere 30. & b c, 32. Perliche al modo ordinario moltiplicando 42. mità della somma delli a b, d c, via 31. mità della somma di a d, b c, il prodotto 1302. si diria, secondo l'vso, essere la grandezza del quadrangolo, qual numero, mediante i discorsi, & calcoli seguenti, vedremo non conuenirli, ne essendo alcuno de i 4. angoli retti, ne essendo dui de' suoi lati contrapositi equidistanti; Et vedremo anco, che molti quadrangoli, i lati de i quali habbino i numeri istessi detti, si possono fare, che haueranno diuerse grandezze; Et per cominciare, sia poniamo retto precise l'angolo a, del quadrãgolo, del quale hora si potrà trouare la precise grandezza, considerando, che la subtensa d b, di necessità sarà 50. onde considerato il triangolo rettãgolo b a d, la sua grandezza sarà la mità del dutto de' dui lati a b, a d, continenti il suo angolo retto b a d, *(ò il dutto della mità dell'vno nell'altro, cioè di 20 via 30. ò di 15. via 40.)* & però essa grandezza è 600. Ancora considerato il triangolo b d c, se poneremo per base vno de' suoi lati, poniamo d c, 44. allhora l'altezza, ò perpendicolare b r, sarà ℞ 995 $\frac{1}{4}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{7}{4}$. *(cioè quasi 31 $\frac{4}{7}$.)* quale moltiplicata via 22. mità della base d c, fà ℞ 418391, che è quasi 694 $\frac{7}{4}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{6}{6}$. ò vogliamo dire 694 $\frac{1}{2}$. & alquanto più, che è la grandezza del triangolo b d c, & questo giunto à 600. grandezza del triangolo b a d, fà 1294 $\frac{1}{2}$. & alquanto più, che è la grandezza del quadrilatero a b c d, quando l'angolo a, sia retto. Et ponendosi retto l'angolo d, allhora il diametro, ò transuersale a c, opposta, ò sottotẽdente ad esso angolo d, sarà ℞ 2836. *(cioè 26 $\frac{1}{4}$. & alquanto più)* & la grandezza del triang. a b c, trouata, come si vede in margine, sarà 637 $\frac{2}{5}$. & alquanto più, quale giunta à 660. grandezza del triangolo rettangolo a d c, la somma 1297 $\frac{2}{5}$. & alquanto più è la grandezza del quadrilatero a b c d. Ma ponendosi retto l'angolo c, che perciò la transuersale, ò diametro b d, saria ℞ 2960. *(cioè 54 $\frac{2}{5}$. & alquanto più)* la grandezza del triangolo b d a, sarà 588 $\frac{7}{8}$. & alquanto più, quale giunta à 704. grandezza del triangolo rettangolo b c d, fà 1292 $\frac{7}{8}$. & alquanto più, per la grandezza del quadrilatero a b c d. Et posto retto l'angolo b, la transuersale a c, sarà ℞ 2624. *(cioè quasi 51 $\frac{2}{10}$ $\frac{1}{2}$.)* la grandezza del triangolo a d c, sarà quasi 657 $\frac{5}{6}$ $\frac{7}{5}$ $\frac{1}{7}$. che giontoli 640. grandezza del triangolo rettangolo a b c, fà quasi 1297 $\frac{5}{6}$ $\frac{7}{5}$ $\frac{1}{7}$. che è la grandezza del quadrilatero a b c d, che è solo circa $\frac{1}{5}$. maggiore del quadrilatero, quando in esso si pose essere retto l'angolo d; onde se l'angolo a, sia retto, la grandezza del quadrilatero è 1294 $\frac{1}{2}$. & alquanto più, Se il b, quasi 1297 $\frac{5}{6}$ $\frac{7}{5}$ $\frac{1}{7}$. Se il c, 1292 $\frac{7}{8}$. & alquanto più. Et se il d, essa grandezza è quasi 1297 $\frac{5}{6}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{7}$.

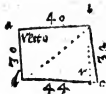
Andaremo hora conoscendo, che nel quadrilatero dato, quando vi sia vn'angolo retto, ciascuno de gl'altri tre sarà non retto, che posto hora retto l'angolo a, vedremo, che alcuno de gli altri tre b, c, d, non potrà essere retto, & prima quanto al b, se fussero retti l'a, & il b, allhora le due linee a d, b c, sariano equidistanti *(essendo ciascuna d'esse perpendicolari alla medesima a b.)* & il quadrilatero saria capotagliato, & la sua grandezza si trouaria precise, moltiplicando 31. mità della somma delle due perpendicolari 30. & 32. via 40. base, alla quale elle sariano perpẽdicolari, & faria 1240. ne à noi occorreria sapere, ò misurare il numero della d c, quale nondimeno si potria trouare facilmente, imaginando la d r, perpendicolare alla b c, & che perciò saria 40. eguale alla a b, & la b r; 30. eguale alla a d, onde la r c, saria il restante 2 del 32. b c, & però nel triangolo rettangolo d r c, che per lati continenti l'angolo retto d r c, haueria d r, 40. & r c, 2. la transuersale d c, saria di necessità ℞ 1604. cioè non arriuaria à 40 $\frac{1}{20}$. Ne meno, stante retto l'angolo a, non potrà essere retto il c, perche per causa della rettitudine dell'a, è necessario, che *(essendo a b, 40. & a d, 30.)* la transuersale b d, sia 50. Et per la rettitudine

del c,

del c, essendo b c, 32. & c d, 44. i quadrati delle quali sono 1024. & 1936. & la somma loro è 2960. che saria il quadrato della transuersale b d, ella doueria essere ℞ 2960. cioè quasi $54\frac{1}{2}\frac{1}{7}$. ma ella è solo 50. però l'angolo c, non può essere retto, anzi di necessità è acuto, essendo veramente la b d, 50. opposita all'angolo c, più corta di quello quasi $54\frac{1}{2}$. che doueria essere quando l'angolo c, fusse retto; perche ascortandosi la transuersale ad vn'angolo, esso angolo si viene à stringere, & però douenta più piccolo. Ne meno potrà essere retto il d, mentre sia retto l'a, perche allhora ciascuna delle due b a, c d, saria perpēdicolare alla istessa a d, & però sariano equidistanti fra loro, & così il quadrilatero saria capotagliato, hauendo per base a d, 30. & la sua grandezza si trouaria precise, moltiplicādo 42. mità della somma delle due perpendicolari a b, 40. d c, 44. via la base a d, 30. che fà 1260. ne à noi occorreria hauere notitia del numero della transuersale b c; quale nondimeno con l'arte si potria trouare, imaginando la b r, perpēdicolare alla d c, & però eguale alla a d, 30. come anco saria la d r, eguale alla a b, & però 40. restando 4. la r c, onde nel triangolo rettangolo b r c, che haueria per lati continenti l'angolo b r c, retto, b r, 30. & r c, 4. la somma de i quadrati de' quali 900. & 16. è 916. si vede, che il quadrato della transuersale b c, doueria essere 916. & però ella essere ℞ 916. cioè $30\frac{1}{4}\frac{1}{6}$. & manco, & non 32. come ci dice la misura, & così siamo chiari, che mentre l'angolo a, sia retto, alcuno de gl'altri tre non potrà essere retto.

Et da principio posto retto l'angolo b, non potrà essere retto l'a, che già habbiamo veduto non potere ambidui gl'angoli a, & b, essere retti; Ne meno potrà essere retto l'angolo d, contrapostoli, perche stāte la rettitudine dell'angolo b, la trāsuersale a c, oppostali è la ℞ di 2624. *(cioè non arriua à $51\frac{1}{2}\frac{1}{2}$.)* somma di 1600. & 1024. quadrati di a b, & b c, continenti l'angolo retto b, onde anco la somma de' quadrati di a d, d c, cioè 900. & 1936. doueria essere l'istesso 2624. ma è 2836. maggiore di 2624. *(& la ℞ di 2836. è $53\frac{1}{2}\frac{7}{7}$. & più)* perilche non può l'angolo d, essere retto, Anzi è acuto, perche a c, è ℞ 2624. più corta cioè, che se l'angolo d, fusse retto, onde perciò esso angolo d, è più stretto del retto, & consequentemente è acuto. Ne meno potrà essere retto il c, perche allhora la c d, saria equidistāte alla b a, & perche è più lunga della b a, imaginato dall'a, vna retta perpendicolare alla d c, & però equidistante, & eguale alla b c, 32. ella caderia fra il punto d, & il c, onde all'angolo retto, che si formasse verso d, la a d, saria contraposita, & perciò doueria essere più lunga della perpendicolare detta, che saria 32. *(eguale alla b c,)* ma questa a d, è solo 30. però è chiaro, che ne anco l'angolo c, può essere retto, mentre che sia retto il b. Similmente posto retto l'angolo c, vedremo non potere essere retto alcuno de gl'altri tre; considerando, che per la rettitudine posta del c, la transuersale oppostali b d, saria la ℞ di 2960. quale, perche è maggiore di 50. *(cioè della ℞ di 2500.)* che doueria solo essere la b d, quando l'angolo a, fusse retto. si vede perciò, che posto il c, retto, l'a, di necessità è più amplo del retto, & perciò ottuso; Ne il b, può essere retto, perche allhora le due b a, c d, sariano equidistanti, & dall'a, tirata alla c d, vna perpendicolare, che saria eguale, & equidistante alla b c, & perciò saria 32. bisognaria, che la a d, opposta all'angolo retto verso il d, formato, fusse non 30. ma più di 32. cioè doueria essere ℞ 1040. che è quasi $32\frac{1}{4}$. Ne il d, può essere retto, perche allhora d a, c b, sariano equidistanti, & dall'a, alla c b, tirata vna perpendicolare, ella saria 44. come la à lei contraposita d c, & però la opposita à quell'angolo retto, che si formasse doueria essere ℞ 1940. cioè quasi $44\frac{1}{2}\frac{1}{2}$. & non 40. solamente, come si pone. Finalmente posto retto l'angolo d, andaremo pure considerando, che alcuno de gl'altri tre angoli non potrà essere retto, che quanto al b, oppostoli, egli sarà ottuso, perche essendo la a c, sottotendente all'angolo retto d, ℞ 2836. cioè quasi $53\frac{1}{1}\frac{2}{6}\frac{7}{8}$. perche questo quadrato 2836. supera la somma delli dui quadrati di a b, & b c, qual somma è solo 2624. si vede, che l'angolo b, è più amplo, che se fusse retto, perche la subtensa a c, è più lunga di quello, che conuerria alla rettitudine dell'angolo b, che non arriuaria à $51\frac{1}{2}\frac{1}{2}$. l'a, manco può essere retto, perche se fusse retto, & perciò la a b, equidistante alla d c, allhora tirata dal b, la equidistante, & eguale alla a d, che saria 30. & peruerria perpendicolarmente alla d c, allhora la b c, sottotendente all'angolo retto, che si formasse conuerria, che fusse ℞ 916. cioè quasi $30\frac{1}{4}\frac{1}{6}$. & non 32. come si dice. Ne può essere retto il c, perche allhora le due c b, & d a, sariano equidistanti, & dall'a, alla c b, tirata vna perpendicolare, che saria di necessità eguale, & equidistante alla d c, 44. conuerria, che la a b, opposta à quell'angolo retto, che si formasse fusse anco maggiore di 44. ma si dice ella essere solo 40. però è chiaro, che l'angolo c, non può essere retto,

mentre

a d r
30
retto r
32
44

quad. di a b, 1600
quad. di a d, 900
quad. di d b, 2500. però d b, 50

Nel triangolo b d c, sia base d c, 44.
Et lati d b, 50. & c b, 32
quad. del lato d b, 2500
quad. del lato c b, 1024

base 44) differenza 1476
differenza de' casi 33 $\frac{6}{11}$
sõma de' casi, che è la base 44
resta 10 $\frac{5}{11}$
Caso minore r c, 5 $\frac{5}{22}$
suo quad. 27 $\frac{157}{484}$
quad. del lato c b, 1024
quad. della perpẽd. b r, 996 $\frac{327}{484}$
b r, ℞ 996 $\frac{327}{484}$. via 22. che è ℞ 484. mità della base
fa ℞ 482391. per la grandezza

Ouero si trouarà la grandezza d'esso triãgolo b d c, mediãte il giro, ò somma de' lati 50. 44. 32.

giro 126
sua mità 63
differenze 13 19 31
819
15561
46683
℞ 482391 è la grandezza
6 9 4
122
629
cioè qua. 694 $\frac{755}{1388}$
600. triangolo b a d
quasi 1294 $\frac{755}{1388}$. è la grãdezza del quadrilatero a b c d.

quad. di d c, 1936
quad. di a d, 900
quad. di a c, 2836 pò a c, è ℞ 2836

576
576
℞ 2836) ℞ 331776
116
19816
2800
700
℞ 116 $\frac{700}{709}$

Nel Triangolo a b c, sia base a c, ℞ 2836. Et lati a b, 40. c b, 32. la differẽza de' loro quadrati è 576. che partita p ℞ 2836. base, ne viene ℞ 116 $\frac{700}{709}$. che è la differenza de' casi a r, r c, quale cauata dalla base ℞ 2836. somma loro, resta ℞ 2836. m̃ ℞ 116 $\frac{700}{709}$. che la mità ℞ 709. m̃ ℞ 29 $\frac{175}{709}$. è il caso minore r c, il suo quadr. è 738 $\frac{175}{709}$. m̃ (℞ 116 $\frac{700}{709}$. via ℞ 709) che fà ℞ 82944. mità di ℞ 2836. via ℞ 116 $\frac{700}{709}$. quale fà ℞ 331776. cioè 576. & però la sua mità è 288. cioè il quadrato del caso minore r c, è 738 $\frac{175}{709}$. m̃ 288. cioè 450 $\frac{175}{709}$. *(& però esso caso minore è ℞ 450 $\frac{175}{709}$. onde si vede, che ℞ 709 m̃ ℞ 29 $\frac{175}{709}$. è ℞ 450 $\frac{175}{709}$. ò vogliamo dire si vede, che à cauare ℞ 29 $\frac{175}{709}$. da ℞ 709. resta ℞ 450 $\frac{175}{709}$.)* qual quadrato cauato da 1024. quadrato del lato minore b c, resta 573 $\frac{534}{709}$. per il quadrato della perpẽdicolare b r, onde essa perpendicolare è ℞ 573 $\frac{534}{709}$.

Differenza de' casi ℞ $\frac{576. \text{ via } 576}{2836}$. Cauata da ℞ 2836. base, resta ℞ 2836. m̃ ℞ $\frac{288. \text{ via } 288}{709}$. la mità è ℞ 709. m̃ ℞ $\frac{144. \text{ via } 144}{709}$. r c, il quad. d'essa mità è 709. p̃ $\frac{20736}{709}$. m̃ 288. *(che 288. è il doppio di 144.)*

709. & 29 $\frac{175}{709}$
fà 738 $\frac{175}{709}$
m̃ 288
cioè 450 $\frac{175}{709}$
del lato b c, 1024
di b r, 573 $\frac{534}{709}$

perpendic. b r, ℞ 573 $\frac{534}{709}$
mità di a c, base ℞ 709
prodotto ℞ 406791

6 3 7
989
1022
Triangolo a b c, quasi 637 $\frac{511}{637}$

2809
b r, 2 $\frac{1}{2}\frac{3}{0}$. suo quad. 7 $\frac{9}{400}$
quad. di b c, 1024
quad. di c r, 1016 $\frac{391}{400}$
c r, ℞ 1016 $\frac{391}{400}$
via 20. cioè via ℞ 400
fa ℞ 406791
Triangolo a b c, quasi 637 $\frac{511}{637}$
Triangolo a d c, 660
Quadrãgolo a b c d, quasi 1297 $\frac{511}{637}$

Ouero

Ouero nel cercare la grandezza del triangolo a b c, per schiuare le operationi, che si fariano con le ℞, seruendoci per base della a c, ℞ 2836. noi poneremo per base vna dell'altre sue linee, 32. ò 40. di numero libero; & sia 40. & cercaremo la perpendicolare c r, mediante i casi *(che hora, come vedremo, il minore sarà fuori del triangolo, il che ci sarà segno la perpendicolare cadere fuori del triangolo, & l'angolo b, perciò essere ottuso)* onde cauãdo 1024. quadrato del lato c b, 32. da 2836. quadrato del lato c a, ℞ 2836. il restante 1812. sarà anco la differẽza de' quadrati de' dui casi, quali partiremo per la base 40. & l'auuenimento $45\frac{3}{10}$. *(perche è hora maggiore della base a b, 40.)* verrà ad essere la somma de' dui casi, essendo il 40. base, la differenza d'essi casi, quale 40. differenza cauata da $45\frac{3}{10}$ somma, che resta $5\frac{3}{10}$. la sua mità $2\frac{13}{20}$. sarà il caso minore b r, fuori della base, & il maggiore sarà a r, $42\frac{13}{20}$. il quadrato del quale cauato da 2836. quadrato di a c, lato maggiore; ouero il quadrato di b r, $2\frac{13}{20}$. che è $7\frac{9}{400}$. cauato da 1024. quadrato di b c, lato minore, resta $1016\frac{391}{400}$. che è il quadrato della perpendicolare c r; onde essa perpẽdicolare c r, sarà ℞ $1016\frac{391}{400}$. & questo moltiplicato per la mità della base, cioè per 20. ò ℞ 400. fà ℞ 406791. cioè quasi $637\frac{511}{657}$. quale è la grandezza del triangolo a b c, che gionta à 660. grandezza dell'altro triangolo a d c, quale è rettangolo, fà quasi $1297\frac{511}{657}$. ò vogliamo dire con rotto facile fà quasi $1297\frac{5}{6}$. ò *(più propinquamente)* fà $1297\frac{4}{5}$. & alquanto più, che è la grandezza del quadrilatero a b c d, hauente l'angolo d, retto.

a 40 b
30
m
retto
d
44

a c, ℞ 2624.

Nel triangolo a d c, sia base d c, 44.

La differenza de' quadrati de' lati a d, a c, è 1724. partita per la base 44. ne viene $39\frac{2}{11}$. che è la differẽza de' casi, quale cauata da 44. base, somma loro, resta $4\frac{9}{11}$. la mità del che è $2\frac{9}{22}$. per il caso minore d r, *(restãdo il maggiore c r, $41\frac{13}{22}$.)* il ▇ d'esso $\frac{53}{22}$. è $\frac{2809}{484}$. che cauato da 900. quadrato di 30. lato minore a d, cioè da $\frac{435600}{484}$. resta $\frac{432791}{484}$. per il quadr. della perpendicolare a r, onde essa perpendicol. a r, è ℞ $\frac{432791}{484}$. quale moltiplicata p 22. mità della base c d, cioè per ℞ 484. fà ℞ 432791. cioè quasi $657\frac{571}{657}$. ò vogliamo dire con rotto facile, quasi $657\frac{7}{8}$. ouero $657\frac{6}{7}$. & più, il che è la grãdezza del triangolo a d c; Alla quale giunto 640. grandezza del triangolo rettangolo a b c, fà $1297\frac{6}{7}$. & più, ma nõ arriua à $1297\frac{7}{8}$. il che è la grandezza del quadrilatero a b c d, hauente l'angolo b, retto, onde si vede, che hora in questo quadrilatero, ò sia retto l'angolo b, ouero sia retto lo à lui contraposito d, la differenza delle grandezze riesce di poco momento, poiche quãdo sia retto il d, il quadrilatero riesce minore solo nella differ. in circa, che è da $\frac{511}{657}$. à $\frac{571}{657}$. che è circa à $\frac{1}{11}$.

℞ 432791
657
1029
1142
quasi $657\frac{571}{657}$
640
quasi $1297\frac{571}{657}$

quad. di c d, 1936
quad. di c b, 1024
quad. di d b, 2960. però d b, ℞ 2960

Nel triang. b d a, sia base b a, & altezza d r.

quad. del lato d b, 2960
quad. del lato d a, 900
base a b, 40) 2060. diff. d'essi quad.
$51\frac{1}{2}$. somma de' casi.
base 40 differẽza de' casi.
differenza $11\frac{1}{2}$. la mità è $5\frac{3}{4}$. caso r a, $5\frac{3}{4}$. suo quadrato $\frac{529}{16}$. (so minore, cauato da 900. quadrato di a d, lato minore, che è $\frac{14400}{16}$. resta $\frac{13871}{16}$. per il quadrato della perpendicolare d r, però ella sarà ℞ $\frac{13871}{16}$. che moltiplicata via 20. mità della base a b, cioè per ℞ 400. *(che 400. contiene il denominatore 16. per volte 25. & 25. via 13871.)* fà ℞ 346775. cioè $588\frac{7}{8}$. & alquanto più, per la grãdezza del triang. b d a.

℞ 346775
588
1037
quasi $588\frac{1031}{1176}$. cioè $588\frac{7}{8}$. & più.
704. triãg. rettãg. b c d.
la grãd. dl quadrãg. è $1292\frac{7}{8}$. & alquanto più.

b c, 32 base n c, 4) 124
b n, 30 sóma de' casi 31
somma 62 differẽza loro 4. che è la base.
differenza 2 resta 27. la mità è
prodotto 124. differ. de' $13\frac{1}{2}$. caso minore.
quad. di b c, & b n, lati da r n, fuori della base.
partire per 4. base. quad. di b n, lato minore 900
quad. di r n, caso minore $182\frac{1}{4}$
Ouero. quad. di b r, perpendic. $717\frac{3}{4}$
r c, caso maggiore $17\frac{1}{2}$. suo quadrato $306\frac{1}{4}$
il quadr. di b c, 32. lato maggiore è 1024
resta per il quad. della perpendic. b r, $717\frac{3}{4}$
però b r, altezza è ℞ $717\frac{3}{4}$
via 42. mità di a b, & d c, che è ℞ 1764
ouero, che resulta l'istesso ℞ 2871
via (l'$\frac{1}{4}$. di 1764. num. della ℞) ℞ 441
fa ℞ 1266111
1125
56
1171
486
cioè quasi $1125\frac{27}{125}$

d r, $26\frac{1}{2}$. suo quadrato $702\frac{1}{4}$
quadrato di b r, $717\frac{3}{4}$
quad. del diametro b d, 1420
però esso b d, è quasi $37\frac{5}{7}\frac{2}{6}$
a c, $57\frac{1}{2}$. suo quadrato $3306\frac{1}{4}$
quad. di a s, (egu. à b r) $717\frac{3}{4}$
quad. del diametro a c, 4024
però esso a c, è quasi $63\frac{5}{7}\frac{5}{2}\frac{3}{6}$

mentre sia retto il d, come anco si concluse di sopra, li angoli c, & d, non potere essere ambidui retti.

Hauendo veduto, che nel quadrilatero proposto non può occorrere, che sia retto se non vn solo de' suoi 4. angoli, & che la sua grandezza si và diuersificando, ponendo diuersamente, che sia retto hor l'vno, hor l'altro de' suoi angoli, seguitemo à vedere se può hauere i dui, ò dui lati contraposti equidistanti fra loro; Et principiando dalli a b, d c, douendo, ò potendo essi essere equidistanti, consideraremo, che sopra il più lungo d c, cadendo la retta a d, ella formaria l'angolo d, ò retto, ò acuto, ò ottuso. Retto si vede non potere essere, perche allhora còuerria, che anco l'a, fusse retto *(acciochè a b, d c, fussero equidistanti)* il che habbiamo veduto non potere auuenire, mentre il d, è retto; Ma dicendosi acuto, allhora dall'opposito b, imaginata la b n, equidistante, & però eguale alla a d, *(essendo anco la d n, equidistante, & eguale alla a b,)* l'angolo b n c, perche saria eguale al d, saria similmente acuto; ma nel triãgulo b n c, perche de i dui lati continenti l'angolo b n c, il b n, è 30. & l'n c, è 4. *(differenza de' lati a b, 40. & d c, 44.)* la somma de' loro quadrati è 916. quale è molto minore di 1024. quadrato del solo restãte lato b c, perilche detto angolo b n c, di necessità è ottuso, però non può essere acuto, ne meno perciò acuto può essere il d, à lui eguale, esso d, dunque è necessario, che sia ottuso; & questa ottusità si saria potuto ostẽsiuamente da principio concludere, dicẽdo pure; Nel quadrilatero a b c d, posto la a b, 40. equidistante alla d c, 44. sopra à questa d c, più lunga si imagini tirata la b n, equidistante, & però eguale alla à lei contraposita a d, che perciò ella sarà 30. la n c, sarà 4. & la b c, 32. il quadrato del quale 32. perche supera la somma de' quadrati di 30. & di 4. ne segue, che l'angulo b n c, opposto al lato b c, 32. sia ottuso, & però ottuso è anco il d, eguale à questo b n c, *(che d, è intrinseco, & b n c, estrinseco dalla medesima parte delle due rette equidistanti a d, b n, intese segate dalla c d,)* perche dunque nel triangolo b n c, l'angolo n, è ottuso, di necessità il c, sarà acuto, & così potrà stare, che nel quadrilatero a b c d, siano equidistanti i lati a b, d c; Et per ponere in carta questo quadrilatero con la sua vera forma, tirata la d c, 44. & segnate dall'angolo c, in essa la c n, 4. in che questa d c, supera la a b, che se li vuole fare equidistante, sopra essa n c, 4. si formi il triangolo

golo n b c, di lati n b, 30. & c b, 32. & basta segnare la cima, ò punto b, & tirare la b c; poi imaginata la transuersale d b; sopra ad essa segnare il triangolo d a b, che d a, sia 30. & b a, 40. che così sarà formato il quadrilatero cercato; doue a b, 40. sarà equidistante alla opposita d c, 44. perche imaginato il quadrilatero partiale b n d a, che hà i lati contrapositi eguali dalla construttione, essi anco saranno equidistanti (*che per essere i 3. lati del triangolo a d b, eguali alli 3. lati à loro corrispondenti del triangolo n b d, ancora gl'angoli dell'vno sono eguali à gl'angoli dell'altro, ciascuno al suo corrispondente; però l'angolo a d b, del primo sarà eguale all'angolo n d b, del secondo, ma questi sono coalterni delle due rette a d, b n, segate dalla b d, però le due a d, b n, sono equidistãti fra loro; & anco l'angolo a b d, del primo triangolo sarà eguale all'angolo n b d, del secondo, ma questi sono coalterni delle due rette a b, d n, segate dalla b d, però le due a b, d n, sono equidistanti fra loro.*) Hora per trouare la grandezza d'esso quadrilatero di dui lati a b, d c, equidistanti, si cerchi la sua altezza, che è la perpendicolare b r, del triangolo b n c, posto per base n c, 4. che essa perpendicolare caderà fuori del triãgolo su la d c, lontano 13 $\frac{1}{2}$. dal punto n, che perciò cauato il quadrato di questo caso minore fuori della base da 900. quadrato del lato minore b n, (*ò il quadrato di 17 $\frac{1}{2}$. r c, da 1024. quadrato di b c,*) il restante 717 $\frac{3}{4}$. sarà il quad. di b r, però essa b r, è R 717 $\frac{3}{4}$. (*cioè 26 $\frac{4}{5}$ $\frac{2}{3}$. in circa*) quale altezza moltiplicata per 42, mità della somma delle due equidistanti a b, d c, (*perche esso quadrangolo si viene à trasmutare (& si può effettualmẽte egli stesso trasformare) in vn quadrangolo rettangolo l m m l, segando i lati a d, b c, per mezo in u, & x, & tirate le perpendicolari u l, x m, segare il triangolo rettangolo u l a, ponendolo nel vacuo u l d, & anco segare il triangolo rettangolo x m c, ponendolo nel vacuo x m b,*) che per altezza, ò larghezza hauerà essa R. 717 $\frac{3}{4}$. & per lunghezza la retta l m, 42. mità della somma di a b, d c, (*che a l, è eguale ad l d, & m c, è eguale à b m, onde a b, & d c, insieme compongono l m, di sopra, & l m, di sotto, quali, perche sono eguali fra loro, ciascuna d'esse l m, è la mità della somma di a b, d c,*) fà R 1266111; cioè quasi 1321 [illegible]. che è la grandezza del quadrangolo a b c d, hauente equidistanti i dui lati a b, d c.

Et se d'alcuno doppio capotagliato (*di dui lati cioè equidistanti, senza alcuno angolo retto*) poniamo dell'm n c r, aueoisse; che li angoli r, & c, fatti sopra alla r c, più lunga delle due equidistanti, fussero ambidui acuti; allhora imaginato sopra ad essa r c, dalli angoli m, n, oppostili, tirate le due perpẽdicolari eguali m a, n a, che elle sarãno la vera altezza del doppio capotagliato (*& caderãno dentro ad esso ambedue*) & vniti insieme i dui triãgoli rettãgoli m a r, n a c, mediante la altezza loro m a, ouero n a, formando il triãgolo m r c, di lati m r, 30. & m c, (*ouero n c,*) 32. & base r c, 12. (*composta da r a, & a c,*) differẽza di a a, 40. (*eguale cioè ad m n,*) & d r c, 52. per trouare la altezza, ò perpendicolare m a, si cercaranno i casi r a, a c, che saranno $\frac{5}{6}$ & 11 $\frac{1}{6}$ & mediante qual si voglia di essi si trouarà la perpendicolare m a, essere R 899 $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{6}$. quale sarà l'altezza del doppio capotagliato, & per lunghezza si pigliarà 46. mità della somma delle due equidistanti 40. 52. (*che esso doppio capotagliato si potrà egli stesso trasformare in vn quadrãgolo rettangolo t g g t, di 46. per lunghezza t g, & di R 899 $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{6}$. per larghezza, ò vogliamo dire altezza t t, ò g g, come si vede in margine*) onde il dutto della lunghezza 46. (ò R 2116.) nella larghezza R 899 $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{6}$.

30
32
62
2
12) 124
10 $\frac{1}{3}$

si caua da 12
resta [illegible]
la mità è [illegible]

il quadrato di $\frac{5}{6}$. r a, è $\frac{2}{3}$ $\frac{5}{6}$. che cauato da 900. quadrato del lato minore m r, resta 899 $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{6}$. per il quadrato di m a, perpendicolare, ò altezza del triangolo.

46. cioè ℞ 31146 | 899 $\frac{1}{4}\frac{1}{6}$. quale produce ℞ 1902930 $\frac{5}{9}$. cioè quasi 1379 $\frac{1}{2}$. faria la
via ℞ 899 $\frac{1}{4}\frac{1}{6}$ | grandezza del doppio capotagliato detto.

23276
3879 $\frac{1}{3}$
646 $\frac{5}{9}$
19044
19044
16928
fà ℞ 1902930 $\frac{5}{9}$
1379
212
2603
cioè quasi 1379 $\frac{1289}{2758}$

Seguendo hora à considerare se nel quadrágolo a b c d, i dui lati a d, 30. b c, 32. possino essere equidistanti fra loro, diremo che, posto a d, b c, equidistáti, imaginato dall'a, verso la b c, tirata vna retta equidistante alla d c, ò dal d, verso la b c, vna retta equidistáte alla a b, hor sia dal d, tirata la d r, ella sarà 40. eguale alla contraposita a b, & la r c, saria 2. in che la b c, supera la a d, onde nel triangolo d r c, il lato d r, saria 40. d c, 44. & la base r c, saria 2. ma con questi numeri 40. 44. & 2. è impossibile formarsi triágolo, perche i dui minori 40. & 2. in somma non superano l'altro 44. però conosciamo essere impossibile quello, da che questa impossibilità si dedurria, cioè è impossibile, che a d, possa essere equidist. alla b c.

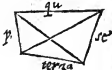
Non essendo mò nel quadrilatero a b c d, ne alcuno de' suoi 4. angoli retto, ne li dui lati a b, d c, equidistanti *(che gl'altri dui a d, b c, sappiamo non potere essere equidistanti)* non si potrà dalla sola notitia della lunghezza di ciascuno de i 4. lati, trouare la grandezza della figura, *potendo ella hauere diuerse forme, secondo la diuersa lontananza dell'angolo a, al c, suo contraposito, ò del b, al d.*

Ma il modo sicuro, & facile da trouare la vera grandezza in simili quadrangoli, ò altri, come si voglino, è di misurare manualmente *(come si fà delli 4. lati)* vna delle due transuersali, ò diametri del quadrilatero, & intesolo diuiso in dui triangoli di lati noti, allhora si trouarà con numeri la grandezza di ciascuno d'essi dui triangoli, & la somma delle due due grandezze sarà la vera grandezza del quadrangolo, ò quadrilatero; Et quando per la distanza molto lunga, che fusse da vn'angolo allo à lui opposito nel quadrilatero, ò per impedimento, che si trouasse in essa distanza, ò che non si vedesse da vn'angolo l'altro oppostogli, ò per qualche altra causa non si potesse commodamente misurare alcuna delle due transuersali del quadrangolo, bastarà, cominciando da vn'angolo qual si vogli d'esso quadrilatero, misurare in ciascuno de' dui lati, continenti esso angolo, vn numero di pertiche *(ò altra sorte di misura vsata, ò adoprata ne i lati)* à beneplacito, & segnati nelli detti dui lati, poniamo a c, a b, dell'essemplare posto in margine, i dui punti r, & s, doue si peruiene misurare diligentemente la retta transuersale, ò distanza loro r s, che poi essa mediante, potremo trouare quanto sia la transuersale d b, ouero la a d, *(nel modo mostrato nella mia Algebra applicata)* & consequentemente la vera grandezza del quadrangolo.

Hor sia, che si dica nel dato quadrangolo a b c d, di lati a b, 40. b c, 32. c d, 44. d a, 30. il diametro, ò retta trásuersale b d, essere 46. Onde diuidendosi il quadrangolo nelli dui triangoli a b d, di lati 30. 40. 46. & b d c, di lati 32. 44. 46. trouaremo la grandezza di ciascuno d'essi *(& facilmente, mediante la somma de' tre lati, mità d'essa somma, & differenza d'essa mità, à ciascuno de' tre lati, che moltiplicando la mità detta del giro, & tre differenze de' 3. lati ad essa, fra loro, la ℞ quadra del prodotto sarà la grandezza del triangolo)* che dell'a b d, è ℞ 350784. cioè quasi 592 $\frac{1}{2}\frac{2}{5}$. & del b d c, è ℞ 451095. cioè quasi 671 $\frac{1}{6}\frac{1}{7}\frac{7}{}$. & giõte insieme, che fanno quasi 1263 $\frac{1}{2}\frac{1}{2}$. questo verrà ad essere la grandezza del quadrangolo a b c d.

Et se di sopra si ponesse per a b, il 44. oppostoli, & il 40. fusse di sotto in d c; ouero il destro 32. mutasse il luogo con il suo contraposito 30. sinistro, allhora ponendo, cioè che il 32. douétasse sinistro, haueressimo li dui triág. a b d, di lati 32. 40. 46. & b d c, di lati 30. 44. 46. de' quali l'a b d, saria ℞ 393471. cioè quasi 627 $\frac{1}{2}\frac{3}{}$. & il b d c, saria ℞ 403200. cioè quasi 634 $\frac{1}{2}\frac{1}{7}$. & la somma, che fà quasi 1262 $\frac{4}{}$. saria la grandezza del quadrangolo a b c d, che è diuersa *(se bene hora in poco, che non arriua à due vnità)* alla grandezza di sopra trouata essere quasi 1263 $\frac{1}{2}\frac{1}{2}$. quando il 32. era destro, & il 30. sinistro; Qual diuersità

uersità di grandezza nelli quadrilateri, ponendosi vna volta il 30. dalla banda destra, & l'altra volta dalla sinistra, sarà anco diuersamente diuersa, secondo che si andasse diuersificando il numero, ò lunghezza della transuersale, ò diametro d b, come si vede nelli essempij posti in margine, Sì che possono notare i Studenti, che essi numeri contraposti nel quadrilatero, hora 30. & 32. posti diuersamente vna volta, cioè il minore dalla parte sinistra, & vn'altra volta dalla destra fanno variare la grandezza della figura, ò quadrilatero; Auuertasi nondimeno, che quanto all'essere il 30. dalla banda sinistra, ò dalla destra (*ò il 40. dalla banda superiore, ò dalla inferiore*) ciò non importa, ne diuersifica cosa alcuna circa alla possibile equidistanza, ò non de' lati contraposti, non tenendo all'hora conto alcuno de' diametri, ò transuersali, poiche essendo il 30. dalla banda sinistra, se fingiamo voltarsi la figura, ò vederla per il rouerscio della carta, che così il 30. apparirà destro, si conosce, che essa figura, ò quadrilatero niente varia di forma (*ouero essendo il 40. superiore, fingendo pure voltarsi la figura di sù in giù, & vederla per il rouerscio della carta, che così il 40. apparirà inferiore.*) Non si varia meno la grandezza del quadrangolo, quando alcuno de' suoi angoli si ponà essere retto, se bene gl'altri dui lati (*stando fermo cioè sempre i dui lati continenti l'angolo retto*) variano sito, andando cioè l'vno nel luogo dell'altro, si varia bene la forma, supposto però i dui lati, che variano sito essere inegguali, che, come si vede in margine, posto l'angolo, contenuto dal 30. & 40. essere retto, sia poi il 44. angolare al 30. & il 32. angolare al 40. ò sia non il 44. ma il 32. angolare al 30. & il 44. al 40: se bene si varia la forma del quadrilatero, non si varia perciò la sua grandezza, perche intesa la transuersale, ò diametro d b, sottotendēte all'angolo retto a, di lati 30. & 40. ella sarà sempre 50. onde così in l'vno quadrāg. come nell'altro i lati del triang. rettāg. & sua subtēsa saranno sempre gl'istessi 30. 40. 50. & dell'altro triangolo d b c, i tre lati saranno sempre gl'istessi 32. 44. 50. ò vogliamo dire 44. 32. 50. se bene l'angolo c, nell'vn quadrilatero è più vicino al d, & più lontano dal b, che nell'altro, quali d, & b, se bene variano ampiezza ne i dui quadrilateri, il c, nondimeno resta, ò vogliamo dire hà la istessa ampiezza sempre, poiche per base, ò subtensa hà l'istesso 50. & per lati, che lo contengono gl'istessi 32. & 44. Ma nel quadrilatero detto a b c d, nel ponere il 30. dalla parte sinistra, ò dalla destra, non variaria manco la grandezza d'esso quadrilatero, se la retta, ò diametro, che và dall'angolo inferiore sinistro, al superiore destro, & si chiami d b, fusse sempre la istessa, ma noi in sua vece, cioè in cambio della d b, della prima figura A, veniamo poi à pigliare la c a, della istessa figura A. (*che nel voltare il dato 30. & consequentemente tutta la figura, esso lato 30. a d, viene à douentare il lato b c, della seconda figura B, & il punto c, della prima figura viene à douentare d, della seconda, come anco l'a, della prima viene à douentare il b, della seconda, onde quella retta, che nella prima è c a, viene poi à nominarsi d b, nella seconda, cioè quella, che si chiama d b, nella seconda è non la d, b, veramente della prima; ma l'altra c a, della istessa prima*) & la chiamiamo d b; Et perche d b, & c a, d'essa prima figura non sono eguali fra loro, di qui è, che la figura B, è di diuersa grandezza alla figura A, (*& anco viene ad essere di diuersa forma.*) A volere dunque, che la figura B, sia eguale alla A, conuiene formarle talmente, che i dui diametri, ò transuersali d b, c a, della figura A, (*& consequentemente i dui diametri della figura B,*) siano eguali fra loro, restādo però fermi i numeri delli 4. lati del quadrilatero, & che perciò pigliando l'vna per l'altra le due figure A, & B, non murino forma. Onde se pigliaremo due rette a c, b d, eguali, & le poneremo in margine, segandosi fra loro, come si vogli, & si congiunghino le cime, ò termini loro con quattro rette, quel quadrilatero sarà tale, che posto il numero destro,

prima figura A. seconda figura B.

ò primo

ò primo nel finistro, ò secondo; ouero posto il numero superiore, ò terzo nel luogo inferiore, ò quarto; ouero non solo commutati i luoghi al destro, & finistro, ma anco al superiore, & inferiore, perciò non si farà mutatione alcuna di grandezza in esso quadrilatero, ne meno si farà mutatione di forma, ma solo di sito; Che in ciascuno de i quattro siti il quadrilatero si potrà considerare diuiso in dui triangoli, che saranno sempre gl'istessi, poiche se nel primo sito lo consideraremo diuiso in dui triangoli, contenuti l'vno dal secondo numero, & terzo, & diametro, & l'altro dal primo numero, & quarto, & diametro, ancora in ciascuno de gl'altri tre siti si potrà considerare diuiso ne i medesimi dui triangoli, & se nel primo sito lo considerassimo diuiso in dui triangoli, contenuti l'vno dal secondo numero, & quarto, & diametro, & l'altro dal primo numero, & terzo, & diametro, ancora in ciascuno de gl'altri tre siti si potrà considerare diuiso ne i medesimi dui triãgoli. Onde si viene à conoscere, che nel nostro caso la cosa si riduce à quesito, che dica. Trouinsi due linee eguali à c, b d, di tal lunghezza, & che si seghino fra loro, accommodate in tal punto s, che congionte insieme le loro estremità con le quattro rette a b, b c, c d, d a, elle siano per ordine 40. 32. 44. 30. & allhora, ò sia il 40. superiore, ò inferiore, ò il 32. destro, ò finistro, ò non solo il 40. superiore, douentando inferiore, & il 32. destro, commutandosi al 30. finistro, il quadrilatero non variarà grandezza *(ne forma)* se bene si pigli la d b, transuersale in vece della c a. Ma veniamo alla solutione del quesito, nel quale ponendo il diametro d b, del quadrilatero essere 1 +. & operãdo come si vederia in margine, vedremo la +. & però esso diametro d b, & anco l'a c, à lui eguale, douere essere circa à $52\frac{1}{10}\frac{5}{0}\frac{4}{0}$. ò circa à $52\frac{1}{1}\frac{7}{1}$. che è alquanto maggiore di $52\frac{1}{1}\frac{5}{0}\frac{1}{0}$. ma nõ arriua à ℞ 2720.

Bellissimo quesito mò sarebbe il dire, D'vn quadrilatero, che hà per le due lunghezze opposite 40. & 44. & per le due larghezze opposite 30. & 32. domando quanto douerà essere la lunghezza d'vna delle due transuersali, ò diametri, acciò il quadrilatero sia più grande, che esser possa, Il qual quesito nondimeno potrà l'Operante, con l'esperienza de' numeri, soluerlo almeno propinquamẽte, che nel quadrilatero detto haueria già veduto, che ponẽdosi vno de' diametri $52\frac{1}{1}\frac{5}{0}\frac{3}{0}$. il quadrilatero sarà grãde 1298 [illegible]. & più, ma ponendo il diametro 53. il quadrilatero non arriua à 1297 [illegible]. facẽdo il 30. finistro, & il 32. destro, mentre il 40. sia superiore, & il 44. inferiore, cioè mentre il diametro 53. sottotenda al 30. & 40. che se esso 53. sottotendesse al 32. & 40. saria quasi 1298 [illegible]. & ponendolo solo 52 [illegible] cioè 52 [illegible]. il quadrilatero non arriua à 1298 [illegible]. cioè à 1298 [illegible]. quando il diametro 52 [illegible]. sottotenda alli 30. & 40. & però alli 32. 44. Che quando esso 52 [illegible] sottotendente alli 32. & 40. ò 30. & 44. allhora il quadrilatero saria alquanto minore, che non arriuaria à 1298 [illegible]. *(essendosi però calcolato bene)* & quando il diametro, ò sia l'vno, ò l'altro, si pona ℞ 2720. allhora la grandezza si è trouata essere circa à 1298 [illegible]. Onde essendo questi diametri 52 [illegible]. *(cioè 52 [illegible])* & 52 [illegible]. & ℞ 2720. *(che è alquanto più di 52 [illegible])* si vede, che la grandezza saria quasi la maggiore, che possa essere, Et perche vediamo, che posto per diametro sottotendente alli lati 30. & 40. il 52 [illegible]. la grãdezza saria circa à 1298 [illegible]. maggiore di alcuna dell'altre, & in particolare di quella, che si troua ponendo il diametro qual si vogli ℞ 2720. che non arriua à 52 [illegible]. noi potiamo conoscere, che se poneremo esso diametro alquãto più di 52 [illegible]. *(nõ arriuãdo al [illegible])* & sia 52 [illegible]. cioè 52 [illegible], ò sia 52 [illegible]. cioè 52 [illegible], ò sia 52 [illegible]. facilmente trouaremo alquanto maggior grandezza nel quadrilatero, il che potrà fare lo Studente da se stesso.

1298	57040 / 62500
6250)	5704....
	9126
	791
	1650
	4000
	250
	10
	25
	$9126\frac{2}{5}$
	10000
1298	57008 / 62500
62500)	57008
	228032
	9121 [illegible]
	10000
quadrisi 52	$\frac{153}{1000}$
	52153
	52153
	156459
	260765
	1095213
	260765
	2719935409

Hor notisi, che à volere ne i quadrilateri mouere i suoi angoli talmente, che i dui diametri del quadrilatero douento eguali, conuiene, che i numeri dati à i suoi lati, cioè le lunghezze loro lo comportino, che altramente non potria occorrere essa egualità de' diametri, & la operatione Algebratica ce lo mostraria, perche si peruerria ad equatione impossibile: Et per esempio dato il quadrilatero a b c d, del margine di lati 30. 26. 8. 6. egli non si potrà accommodare, di modo,

che veramente egli fuſſe di ſuperficie 1302. ma egli non può arriuare à tale grandezza, come bene ci fà conoſcere l'Operatione Algebratica, ponendo il diametro d b, eſſere 1 ꝛ. che trouata la grandezza del quadrangolo, & eguagliata à 1302. eſſa equatione ſarà impoſsibile; onde per aiutarſi il Miſuratore meglio, che ſi può, potrà formarlo della maggior grandezza, che ſia poſsibile, & ciò verrà fatto ſcriuendo per d b, vna retta di lunghezza circa à 52 $\frac{1}{7}\frac{1}{0}\frac{5}{5}\frac{1}{0}\frac{6}{0}$. ò vogliamo dire con rotto facile, che oltre al 52. intiero ſia fra $\frac{1}{6}$. & $\frac{1}{7}$. di più, & preſala come baſe commune, far poi i dui triangoli d a b, di lati 30.& 40. & b c d, di lati 32. & 44. che così la vera grandezza del quadrangolo ſarà circa à 1300. come ſi può vedere nelli ſuoi calcoli.

Et dicendoſi, Si vuole formare vn quadrangolo, che per lato ſuperiore a b, habbi 18. per inferiore c d, 28. per deſtro b c, 26. & per ſiniſtro a d, 24. & che ſia 552. di grandezza, ſi domanda come egli deua ſcriuerſi in carta, Queſto ſi potrà ſapere mediante la non mai à baſtanza lodata dottrina Algebratica, quale può eſſere di mirabile vſo, mentre ella ſi intenda, & ſi ſappia accommodaruela nelle occorrēze, poiche hora potremo ſupponere vno de' diametri del quadrilatero, poniamo il d b, *(che l'vno, ò l'altro de' dui diametri determina la forma del quadrilatero)* eſſere 1 ꝛ. & trouando la grandezza di ciaſcuno delli dui triangoli a b d, b c d, la ſomma loro, che ſarà contenuta da due ℞ L. I ſarà eguale al 552. grandezza data. O *(che ſarà più facile)* cauato la grandezza dell'vno de' dui triangoli dal 552. dato, il reſtante verrà ad eſſere eguale alla grandezza dell'altro triangolo, & in eſſa equatione arriuando alla cognitione del valore della ꝛ. vedremo ella valere 30. *(& anco può valere ℞ 1311 $\frac{1}{2}\frac{6}{0}\frac{0}{4}\frac{8}{0}\frac{1}{9}$. cioè fra 36 $\frac{1}{5}$. & 36 $\frac{1}{4}$.)* perilche il diametro d b, poſto 1 ꝛ. ſarà 30. *(& anco può eſſere 36 $\frac{1}{5}$. & alquanto più, che la preciſione è circa à 36 $\frac{1}{7}\frac{2}{0}\frac{1}{0}\frac{8}{0}\frac{4}{0}\frac{5}{0}$.)* & queſto adoprato come baſe di ciaſcuno de' dui triangoli, formaremo eſsi triangoli, mediante i lati dati, & così ſarà formato il quadrilatero, quale hauerà i lati dati per ordine, & ſarà grande 552. come con il calcolo in eſſo ſi vede verificarſi.

Et dicendoſi *(variando il ſito de' lati)* Si vuol formare vn quadrangolo, che per lato ſuperiore a b, habbi 18. per inferiore c d, 24. per deſtro b c, 28. & per ſiniſtro a d, 26. & che ſia di grandezza 552. ſi domanda come egli ſi deſcriuerà in carta, cioè quanto deua eſſere vno de' ſuoi diametri, poniamo il d b, noi poſto eſſo d b, 1 ꝛ. operando Algebraticamente, vedremo pure come appare nel calcolo, che queſto diametro d b, potrà eſſere quaſi 36 $\frac{2}{7}$. & anco potrà eſſere 30 $\frac{1}{2}\frac{1}{7}$. in circa, perilche ſi potranno fare dui quadrangoli di diuerſa forma, quali haueranno gl'iſteſsi lati per ordine, & ſaranno della medeſma grandezza 552. data.

MA le operationi, & figure d'eſsi dui, & dui quadrilateri non ſi pongono quì *(come ne anco molt'altre coſe eſquiſite d'altre tanto volume, & più, che inſieme haueuo deliberato, che ſi ſtampaſſero al preſente)* eſſendomene mancato il modo, per la penuria delle coſe neceſſarie, & per li molti intagli, & ſpeſe, che vi occorrono, oltre i continui incommodi, eſſendo io maſsime ſenza aiuto, qual debole Vite PRIVA D'OLMO, O DI PALO OVE SI APPOGGI; onde non poſſo effettuare quello, che ſommamente deſidero, che è il ponere in luce molt' Opere di già compoſte, & che di mano in mano vò componendo, Perilche prego N. S. Dio, poiche gli è piacciuto darmene l'attitudine, & il deſiderio, à prouedermi anco di forze baſteuoli à publicarle, per ornamento della Dottrina, & beneficio vniuerſale, à gloria di Sua Diuina Maeſtà.

Nulla res eſt, vel non planè ardua, quæ illuſtri patrocinio non indigeat, vt rectè, maturèq; perfici, ac impetrari poſsit.

DOMINE EXAVDI ORATIONEM MEAM.

Le feguenti 7. figure fono quelle della Trasformatione, della quale
fi tratta nel fine di carte 44.

Figure, che feruono à facciate 44.